

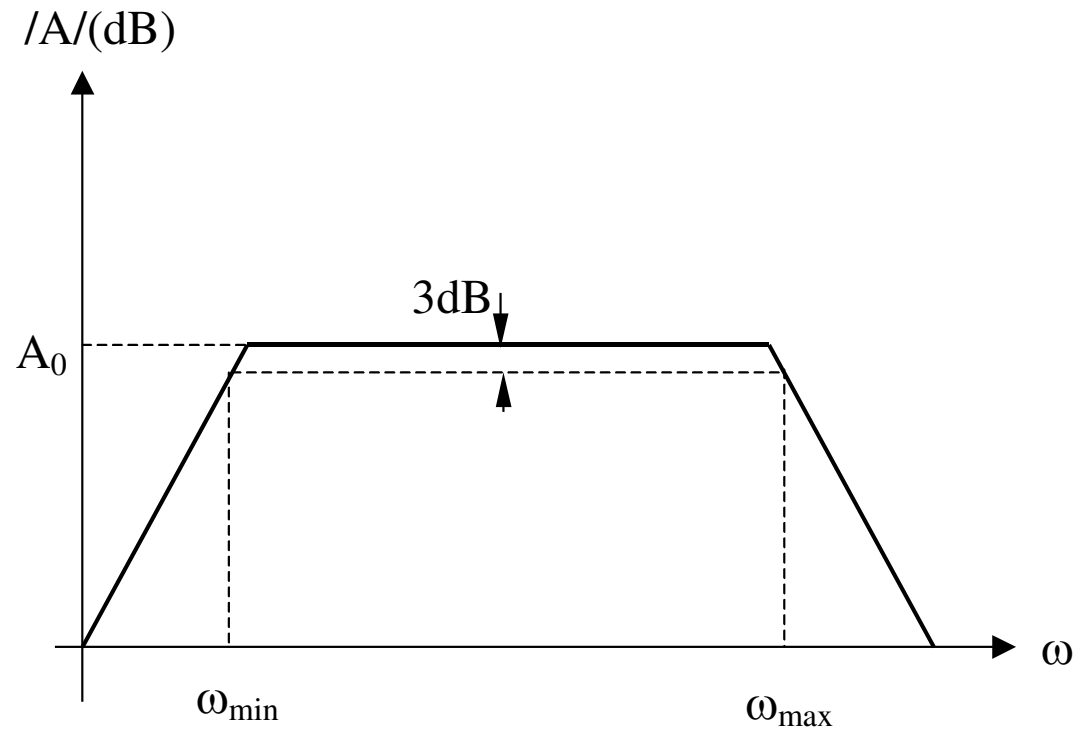
Chapitre 6

Réponse en fréquence des circuits. Stabilité

6.1. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires

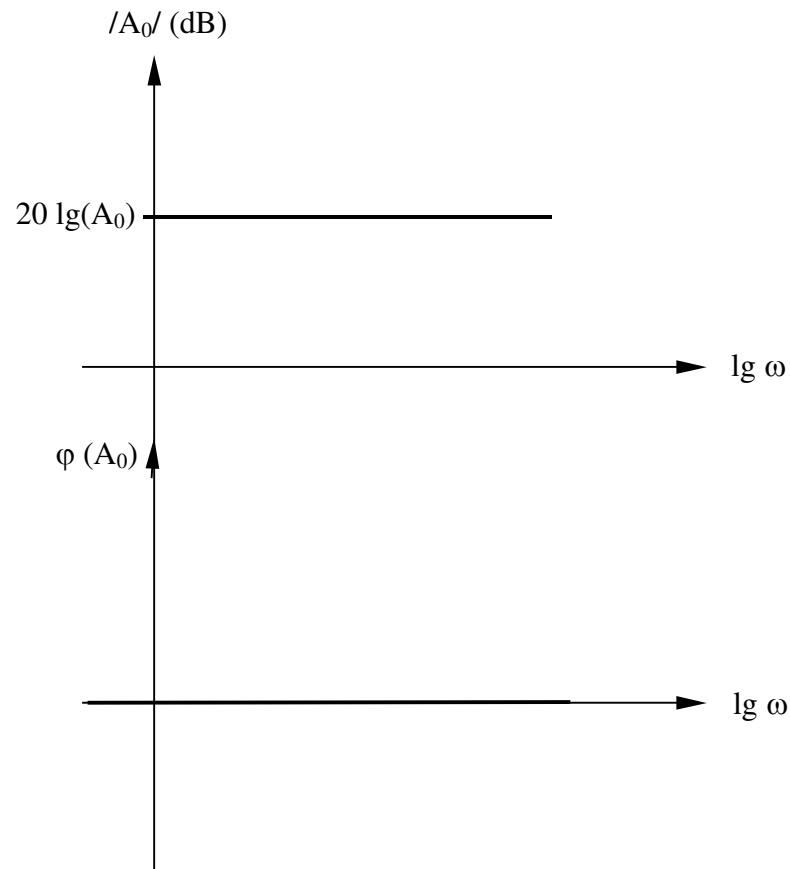
6.1. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires

6.1.1. La bande de fréquence



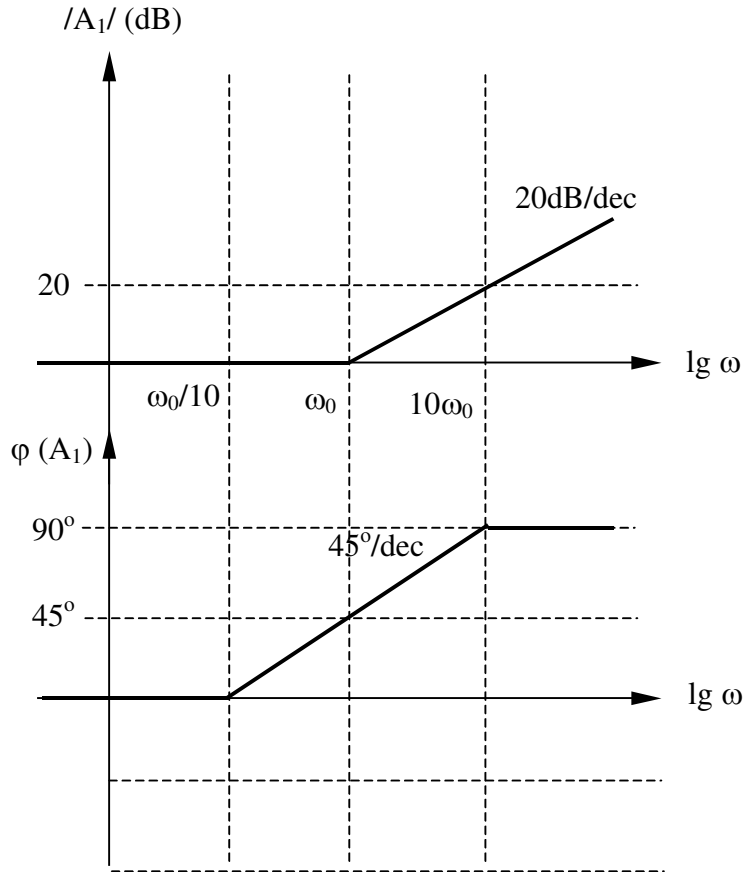
6.1.2. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires

Une constante



$$A_0 = ct.$$

Un zéro simple



$$A_1 = 1 + j \frac{\omega}{\omega_0}$$

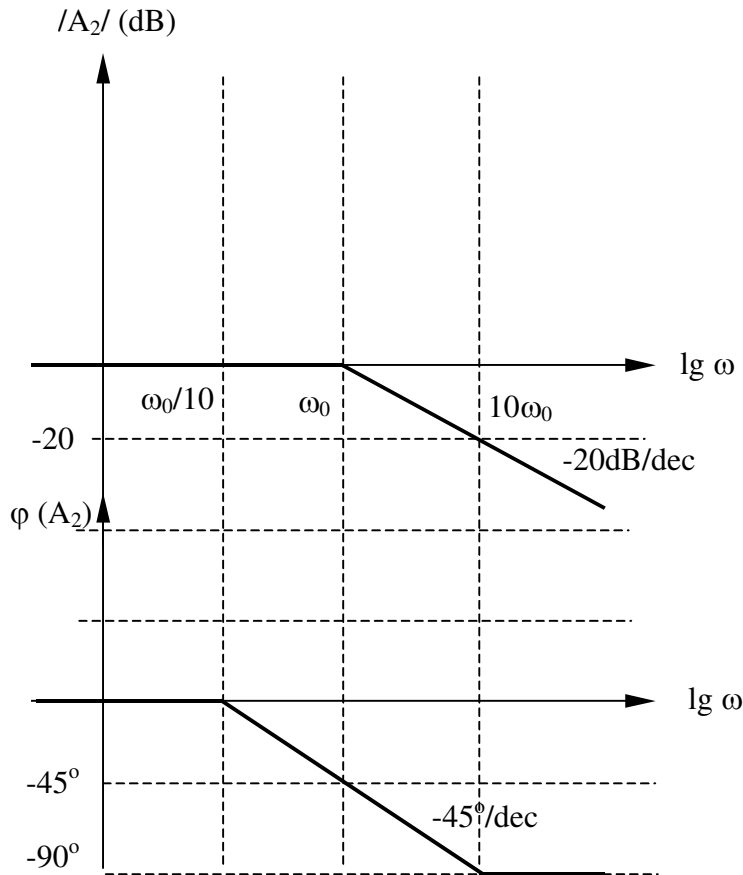
$$|A_1| = 20 \lg \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_1| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_1| \rightarrow 20 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_1) = \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

Un pôle simple



$$A_2 = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

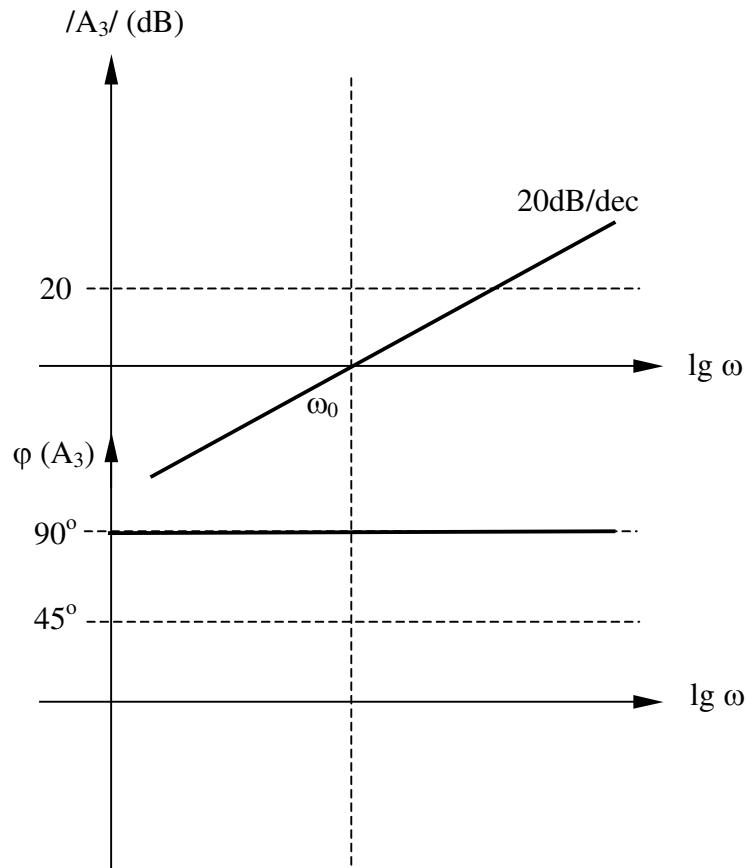
$$|A_2| = -20 \lg \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_2| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_2| \rightarrow -20 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_2) = -\text{arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

Un zéro simple d'origine

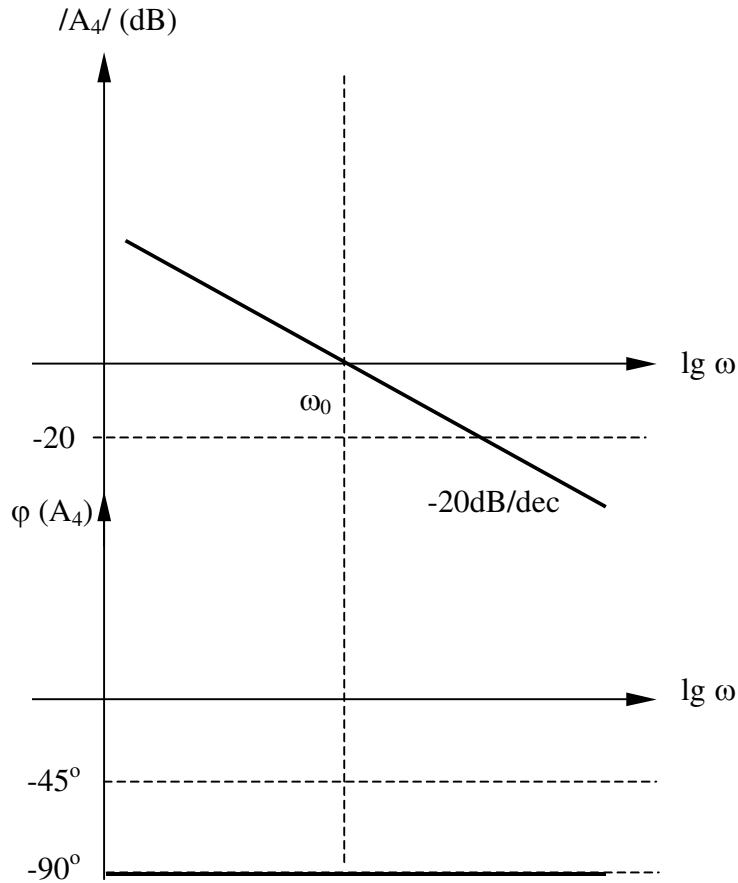


$$A_3 = j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$|A_3| = 20 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_3) = 90^\circ$$

Un pôle simple d'origine

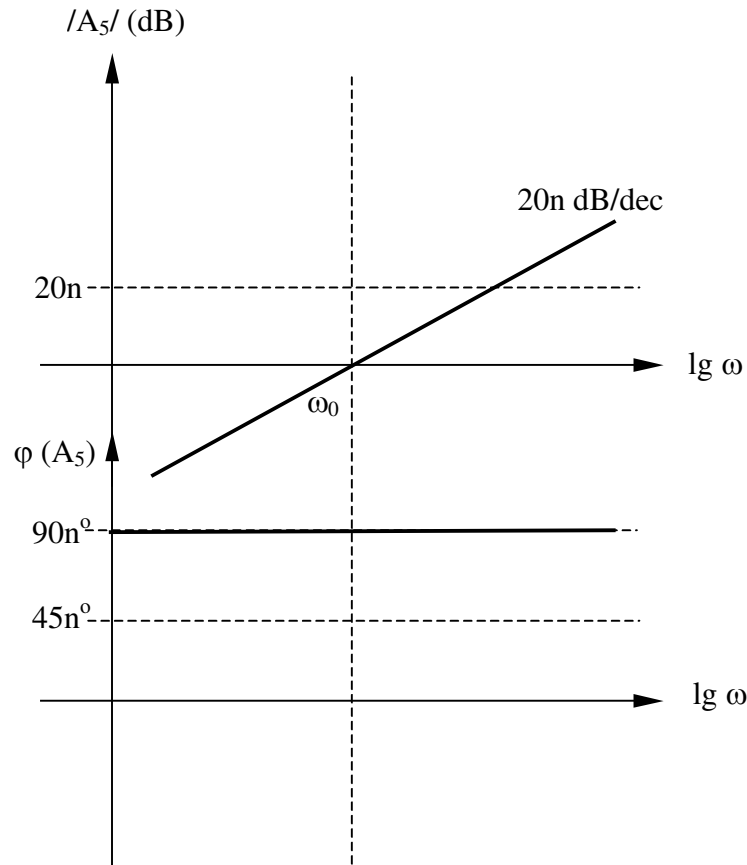


$$A_4 = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$|A_4| = -20 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_4) = -90^\circ$$

Un zéro multiple d'origine

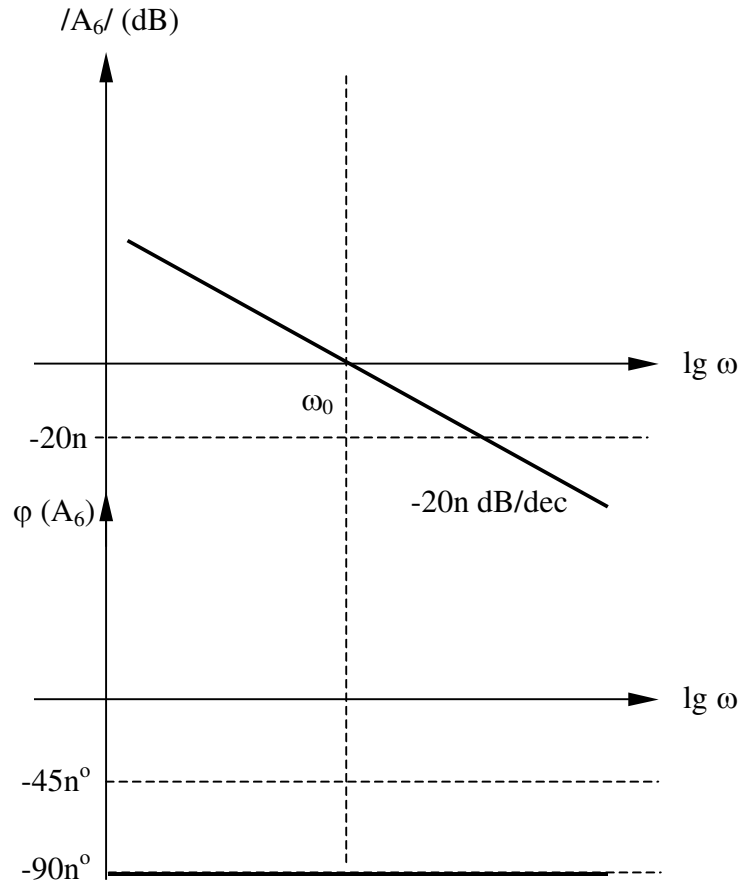


$$A_5 = \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^n$$

$$|A_5| = 20 \times n \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_5) = n \times 90^\circ$$

Un pôle multiple d'origine

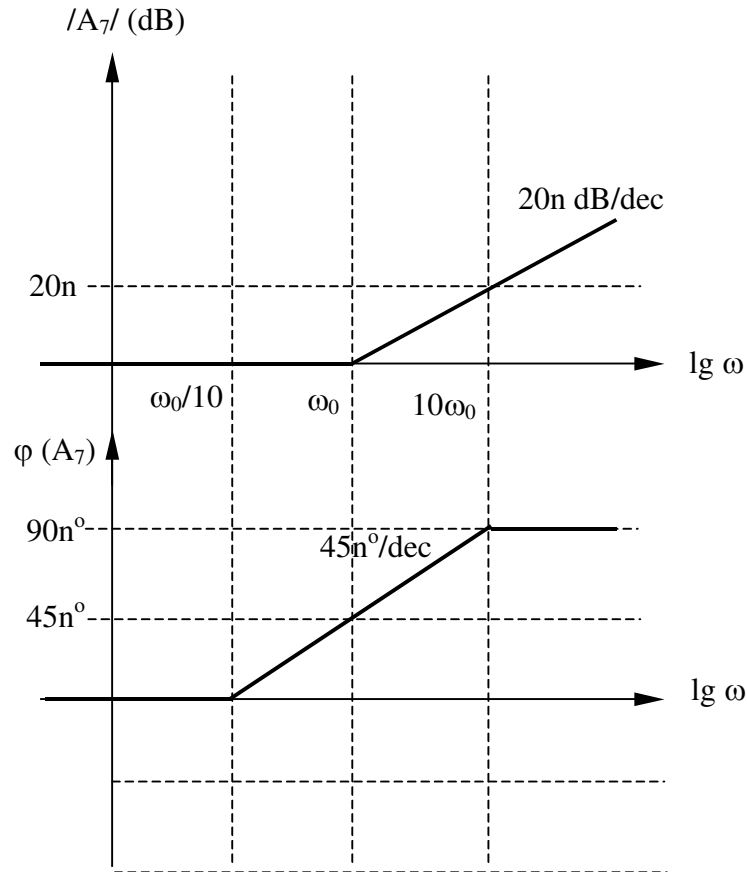


$$A_6 = \frac{1}{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^n}$$

$$|A_6| = -20 \times n \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_6) = -n \times 90^\circ$$

Un zéro multiple



$$A_7 = \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^n$$

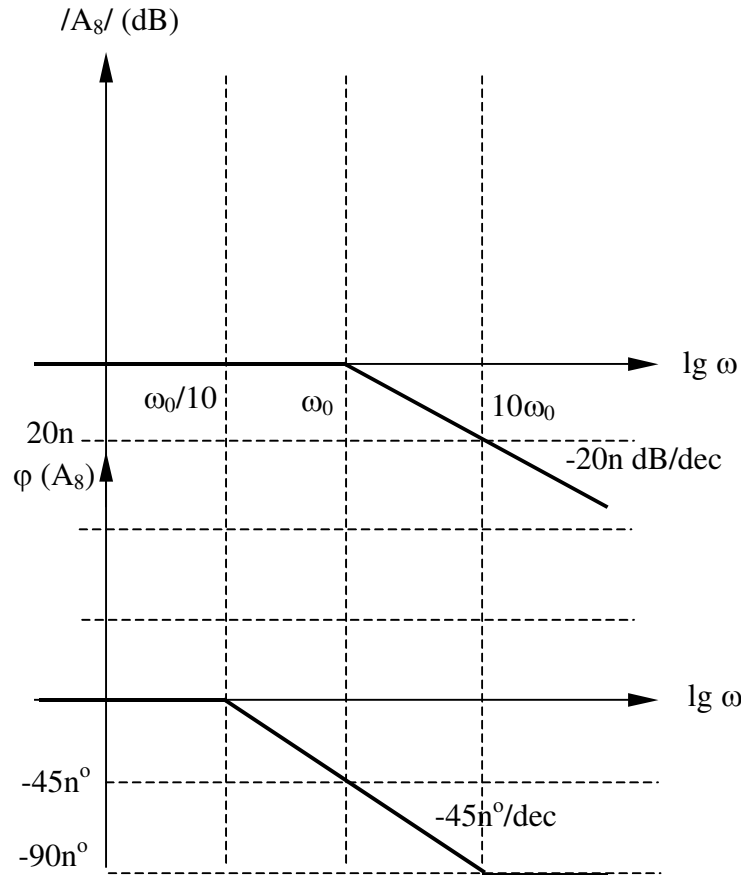
$$|A_7| = -20 \times n \lg \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_7| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_7| \rightarrow -20 \times n \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_7) = -n \times \text{arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

Un pôle multiple



$$A_g = \frac{1}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^n}$$

$$|A_g| = -20 \times n \lg \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right]$$

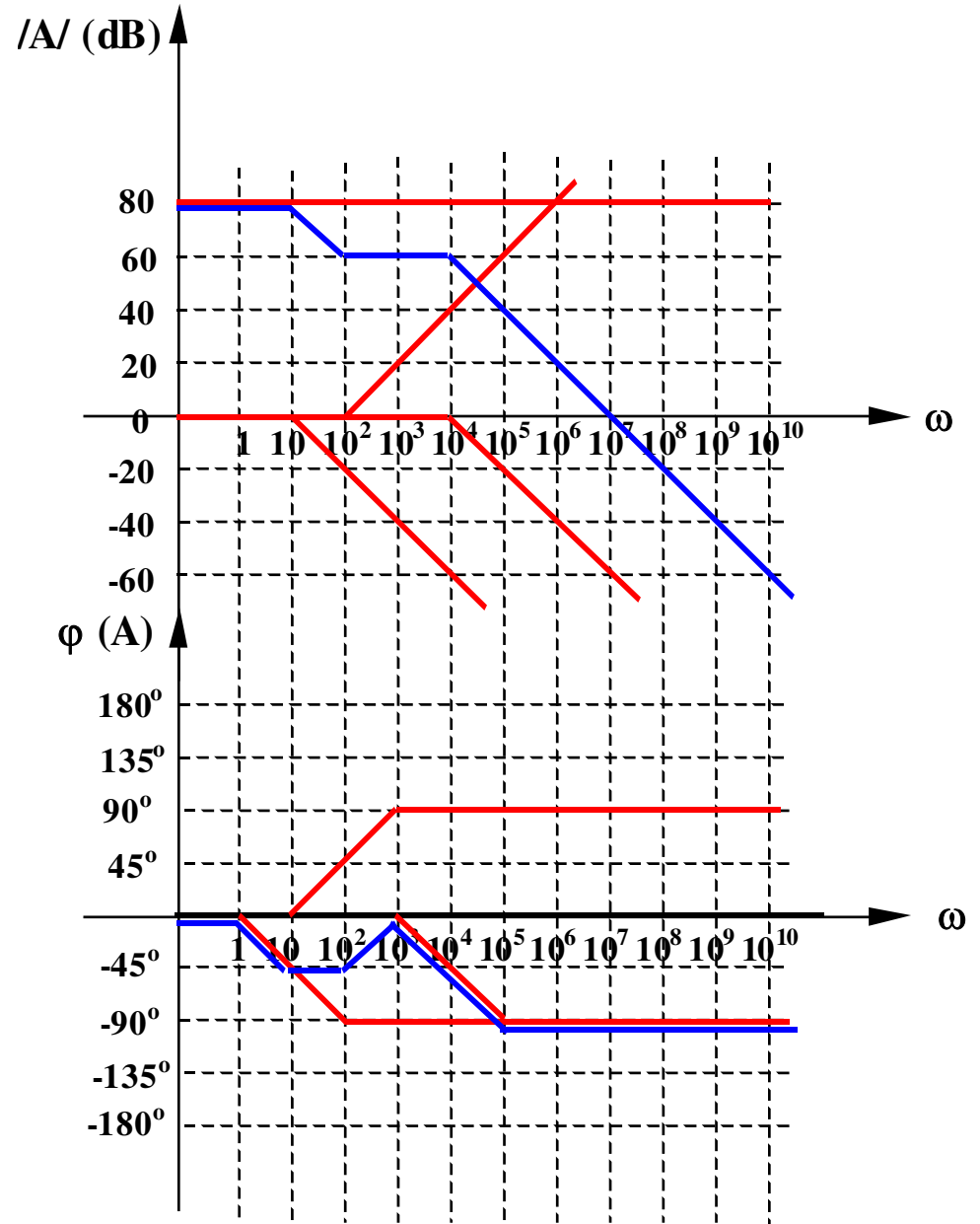
$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_g| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_g| \rightarrow -20 \times n \lg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_g) = -n \times \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

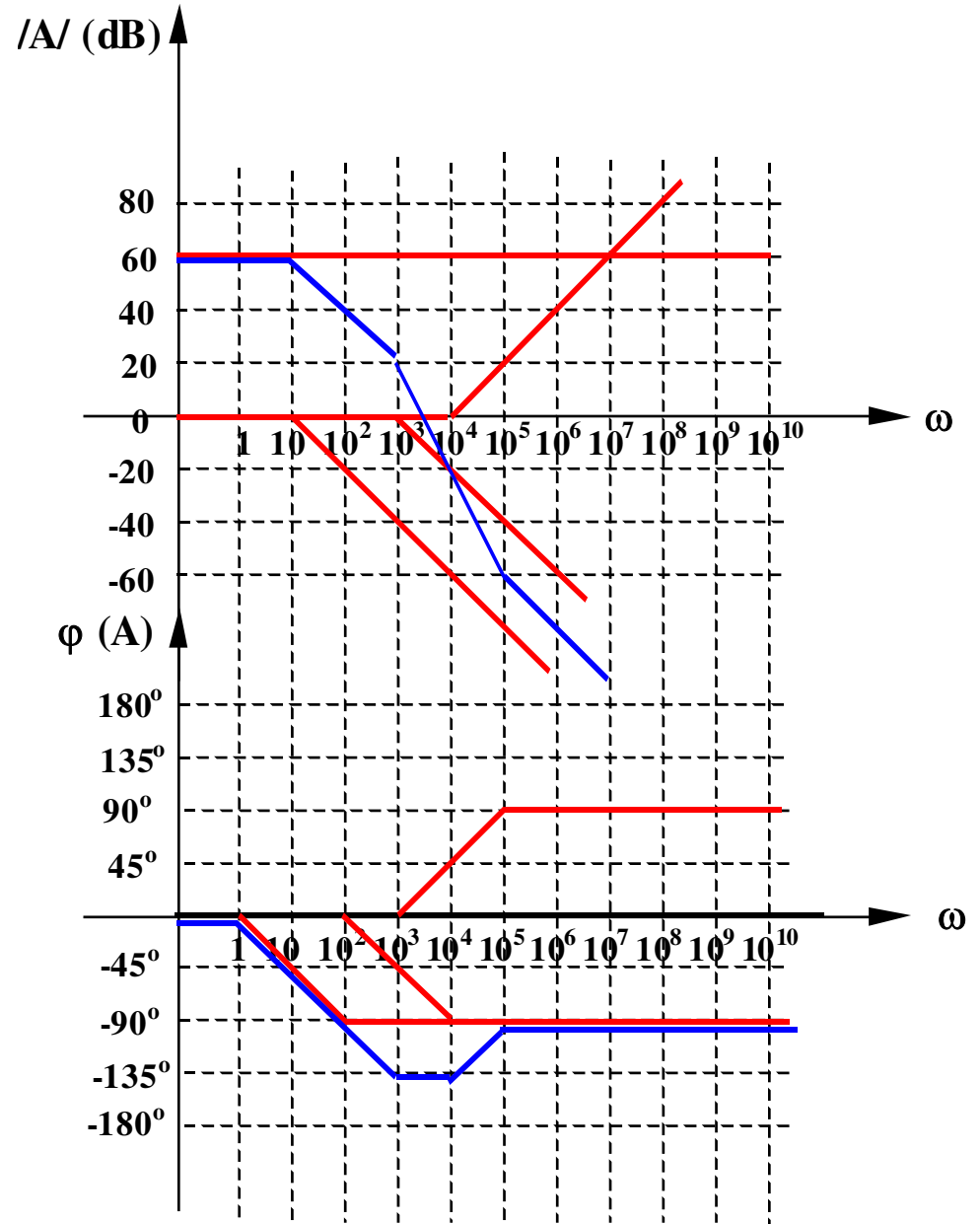
Example 1

$$A(j\omega) = 10^4 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^2}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^4}\right)}$$

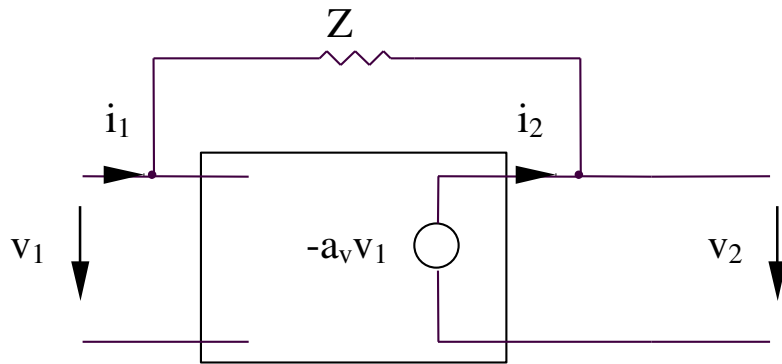


Example 2

$$A(j\omega) = 10^3 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^4}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^3}\right)}$$



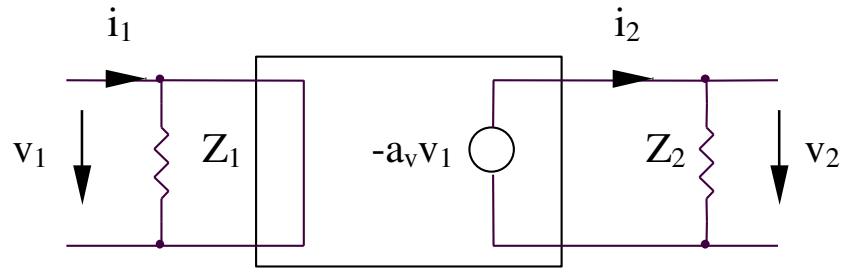
6.1.3. Théorème de Miller



(a)

$$i_1 = \frac{v_1 - v_2}{Z} = \frac{v_1 + a_v v_1}{Z} = \frac{(1 + a_v)v_1}{Z}$$

$$i_2 = \frac{v_2 - v_1}{Z} = -\frac{(1 + a_v)v_1}{Z}$$



(b)

$$i_1 = \frac{v_1}{Z_1}$$

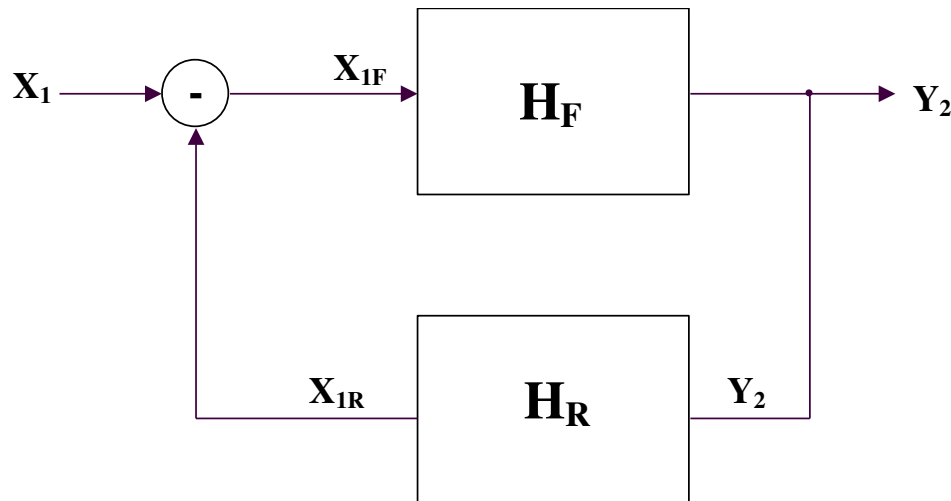
$$i_2 = \frac{v_2}{Z_2} = -\frac{a_v v_1}{Z_2}$$

$$\Rightarrow Z_1 = \frac{Z}{1 + a_v} \ll Z; \quad Z_2 = Z \frac{a_v}{1 + a_v} \cong Z$$

6.2. Amplificateurs avec la réaction

6.2. Amplificateurs avec la réaction

6.2.1. Le schéma fonctionnel de l'amplificateur avec la réaction



$$Y_2 = H_F X_{1F}$$

$$X_{1R} = H_R Y_2$$

$$X_{1F} = X_1 - X_{1R} = X_1 - H_F H_R X_{1F}$$

X_1, Y sont des courants/tensions

Le gain global:
$$H = \frac{Y_2}{X_1} = \frac{H_F}{1 + H_R H_F}$$

6.2.2. Types de réaction

- Réaction positive: $|H| > |H_F|$ $|1 + H_F H_R| < 1$

- Réaction négative: $|H| < |H_F|$ $|1 + H_F H_R| > 1$

Cas particulier : réaction négative forte

Définition de la transmission de boucle: $T = \frac{X_{1R}}{X_{1F}} = H_F H_R \gg 1$ ($|H| \ll |H_F|$)

il résulte $H|_{T \gg 1} = \frac{H_F}{H_F H_R} = \frac{1}{H_R}$ - indépendant sur l'amplificateur

*Conclusion: pour la réaction négative forte,
le gain avec la réaction est la fonction seulement sur la réaction*

6.3. Effets de réaction

6.3. Effets de réaction

6.3.1. De-sensibilité d'amplificateur

$$\frac{dH}{dH_F} = \frac{d}{dH_F} \left(\frac{H_F}{1 + H_F H_R} \right) = \frac{1}{(1 + H_F H_R)^2}$$

$$\left| \frac{dH}{H} \right| = \frac{1}{|1 + H_R H_F|} \left| \frac{dH_F}{H_F} \right| = \frac{1}{|F|} \left| \frac{dH_F}{H_F} \right|$$

$$F = 1 + H_R H_F = 1 + T$$

(facteur de réaction)

6.3.2. Réduction de distortions

La réaction réduit l'effet de distortions.

6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence

Pour ω_{\min}

À supposer que l'amplificateur direct est caractérisé par un premier ordre fonction :

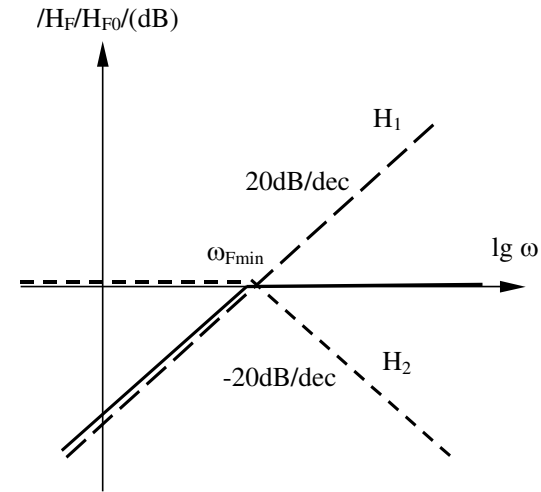
$$H_F(j\omega) = H_{F0} \frac{\frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}$$

et cela que nous avons une réaction négative constante H_{R0} , il résulte :

$$H(j\omega) = \frac{H_F(j\omega)}{1 + H_F(j\omega)H_{R0}}$$

ainsi :

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0} \frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F\min}} + H_{F0}H_{R0} \frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}$$



équivalent avec:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}} \frac{\frac{j\omega}{\omega_{F\min}} (1 + H_{F0}H_{R0})}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F\min}} (1 + H_{F0}H_{R0})}$$

Il est possible de trouver la forme suivante de $H(j\omega)$:

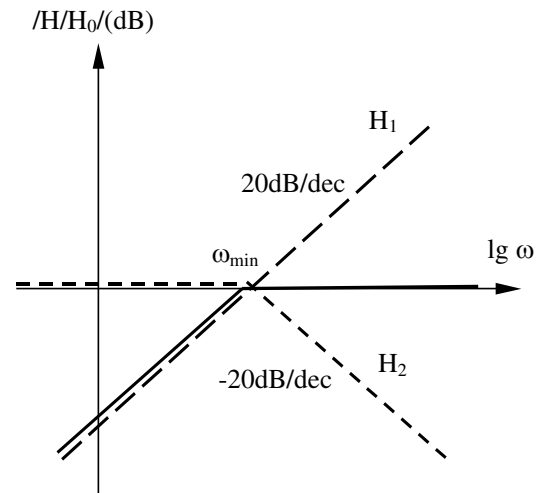
$$H(j\omega) = H_0 \frac{\frac{j\omega}{\omega_{\min}}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{\min}}}$$

où:

$$H_0 = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}}$$

$$\omega_{\min} = \frac{\omega_{F\min}}{1 + H_{F0}H_{R0}}$$

Conclusion: *La largeur de bande d'amplificateur est augmentée avec le même facteur de la diminution de gain.*



6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence

For ω_{\max}

À supposer que l'amplificateur direct est caractérisé par un premier ordre fonction:

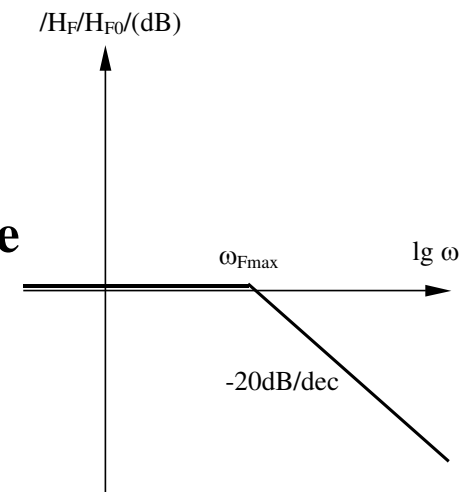
$$H_F(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F \max}}}$$

et cela que nous avons une réaction négative constante H_{R0} , il résulte:

$$H(j\omega) = \frac{H_F(j\omega)}{1 + H_F(j\omega)H_{R0}}$$

ainsi:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0} + \frac{j\omega}{\omega_{F \max}}}$$



équivalent avec:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}} \frac{H_{F0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F \max} (1 + H_{F0}H_{R0})}}$$

Il est possible de trouver la forme suivante de $H(j\omega)$:

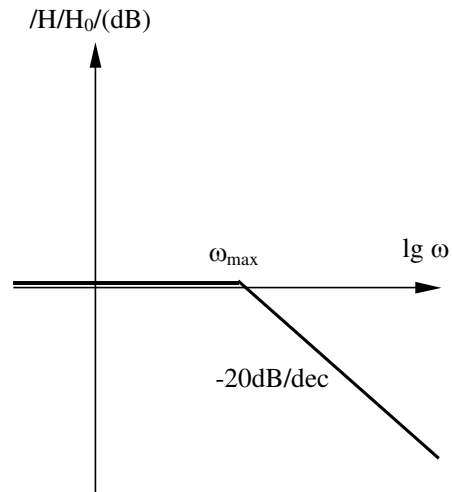
$$H(j\omega) = H_0 \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{\max}}}$$

où:

$$H_0 = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}}$$

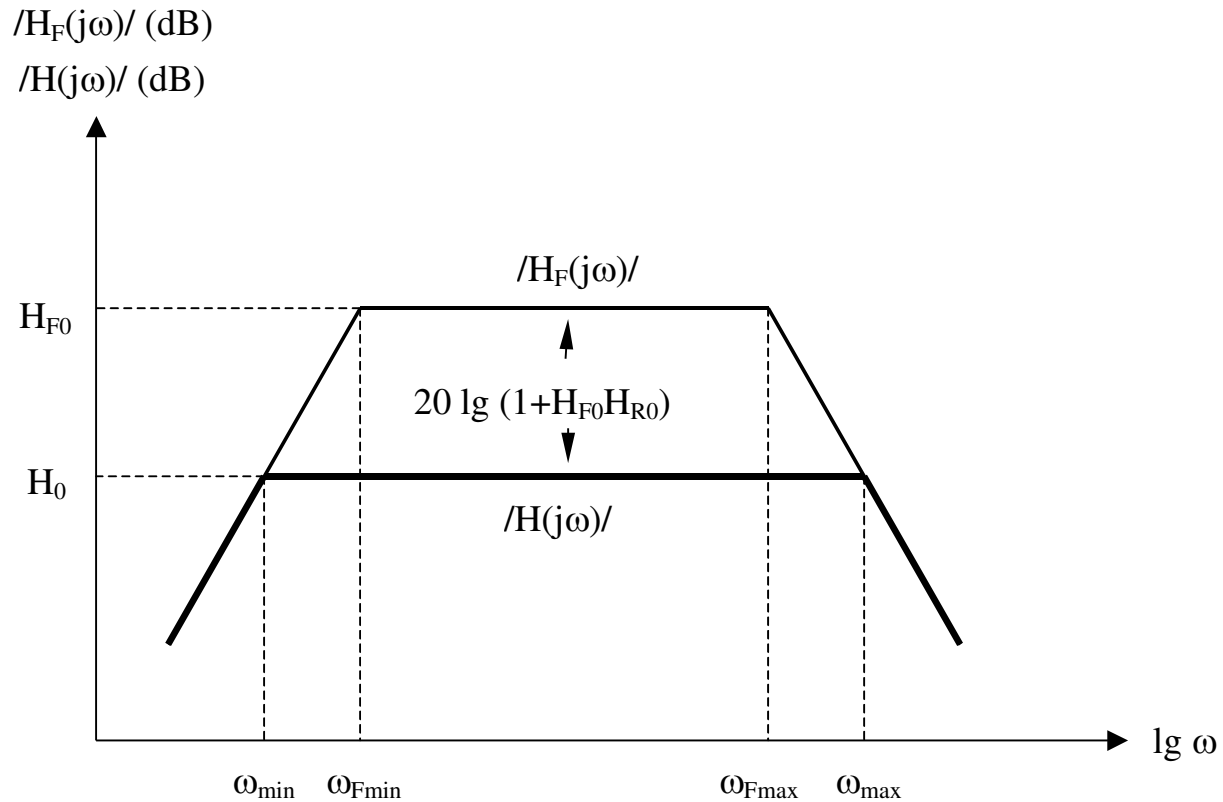
$$\omega_{\max} = \omega_{F \max} (1 + H_{F0}H_{R0})$$

Conclusion: *La largeur de bande d'amplificateur est augmentée avec le même facteur de la diminution de gain.*



6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence

Conclusion:



6.3.4. L'impact sur des résistances d'entrée-sortie

La réaction change des résistances d'entrée-sortie de telle manière que l'amplificateur avec la réaction simule mieux un amplificateur idéal.

$$R_i' = R_i (1 + T) \quad \text{pour des réactions de série}$$

$$R_i' = R_i (1 + T)^{-1} \quad \text{pour des réactions parallèles}$$

$$R_o' = R_o (1 + T) \quad \text{pour des réactions de série}$$

$$R_o' = R_o (1 + T)^{-1} \quad \text{pour des réactions parallèles}$$

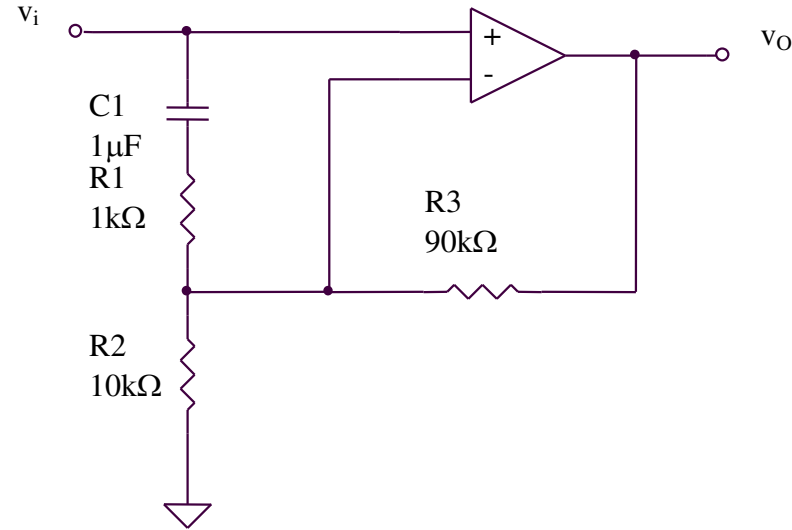
6.4. Stabilité du circuits

6.4.1. Algorithme pour déterminer la stabilité d'un circuit

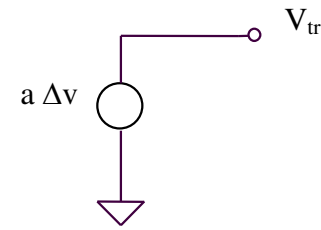
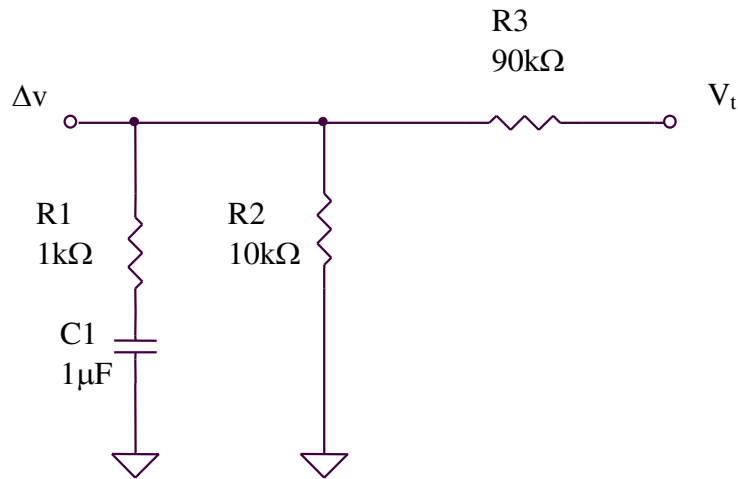
1. Annulez la tension d'entrée
2. Coupez la boucle de réaction à un point arbitraire
3. Appliquez une tension d'essai à ce point, V_{test}
4. Calculez la tension « de retour » au même point, V_{tr}
5. Calculez le rapport de retour $T = V_{\text{tr}}/V_{\text{test}}$
6. Représentez les diagrammes Bode pour T
7. Représentez un trait horizontal à -180°
 - A. Si l'horizontal n'intersecte pas le graphique de phase, le circuit est stable
 - B. Si l'horizontal intersecte le graphique de phase à un point A, d'A représentez un axe vertical qui intersecte le diagramme de module au point B
 - a. si $\angle T/B > 0$, le circuit n'est pas stable
 - b. si $\angle T/B = 0$, le circuit est à la limite de stabilité
 - c. si $\angle T/B < 0$, le circuit est stable. Dans ce cas-ci il est possible de déterminer la marge de phase: identifiez le point C dans lequel $\angle T = 0$, représentez un axe vertical de ce point, qui intersectera le diagramme de phase au point D. La marge de phase est $\Delta\varphi = 180^\circ + \varphi(D)$

6.4.2. Example 1

Évaluez la stabilité du circuit suivant



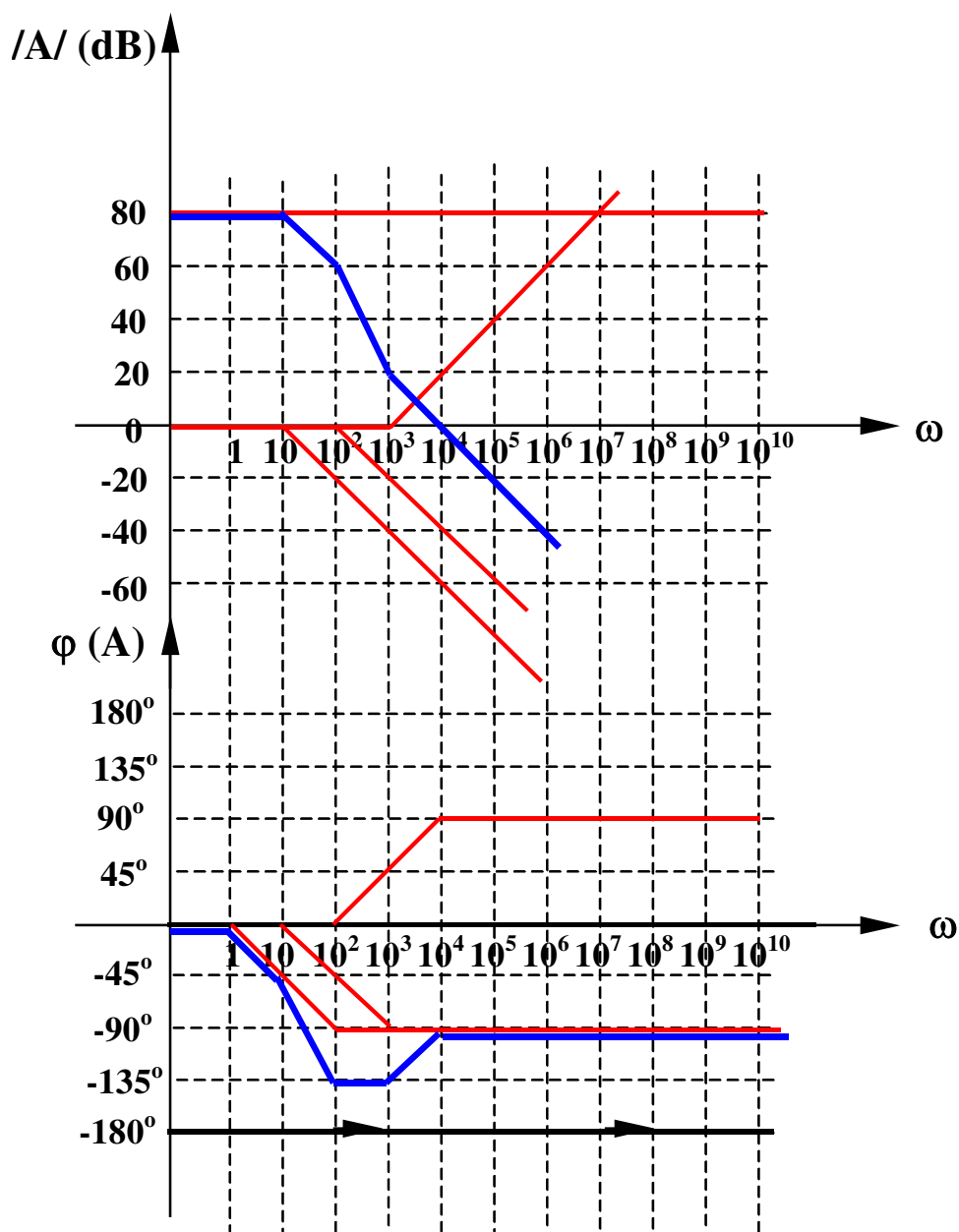
$$a(j\omega) = \frac{10^5}{1 + j\frac{\omega}{10}}$$



$$T = \frac{V_{tr}}{V_t} = \frac{a\Delta v}{V_t} = a \frac{R_2 // (R_1 + X_{C1})}{R_2 // (R_1 + X_{C1}) + R_3}$$

$$T = a \frac{\frac{R_2(1 + j\omega C_1 R_1)}{1 + j\omega C_1(R_1 + R_2)}}{\frac{R_2(1 + j\omega C_1 R_1)}{1 + j\omega C_1(R_1 + R_2)} + R_3} = a \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 [R_1 + (R_2 // R_3)]}$$

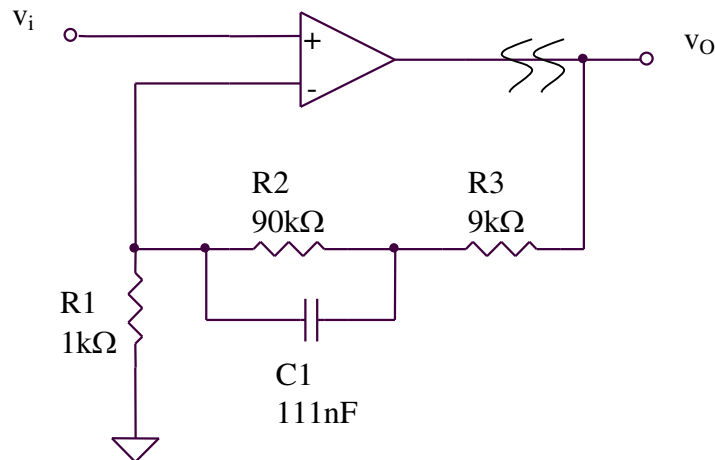
$$T = 10^4 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^3}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^2}\right)}$$



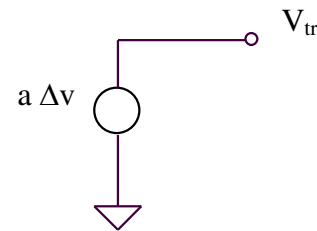
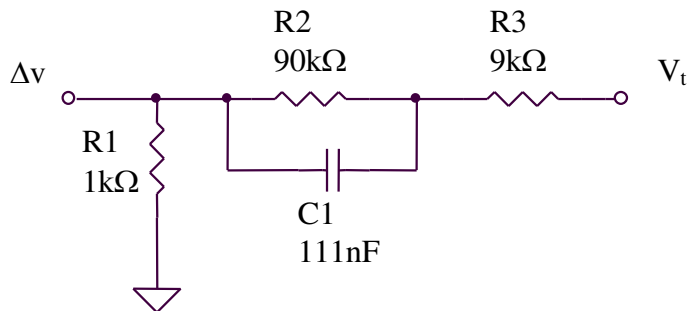
Le trait horizontal n'intersecte pas le diagramme de phase, ainsi le circuit est stable.

6.4.3. Example 2

Évaluez la stabilité du circuit suivant



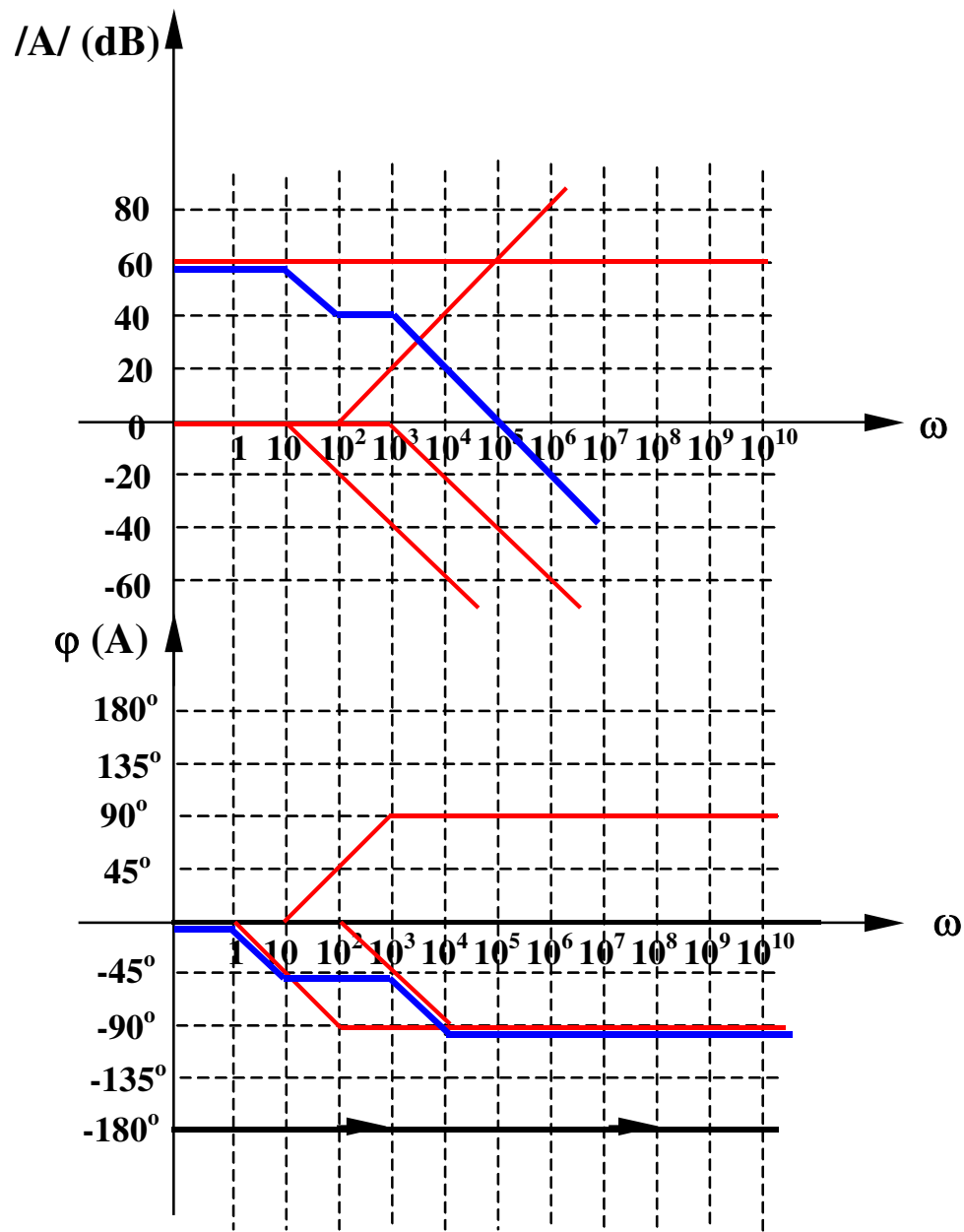
$$a(j\omega) = \frac{10^5}{1 + j \frac{\omega}{10}}$$



$$T = \frac{V_{tr}}{V_t} = \frac{a\Delta v}{V_t} = a \frac{R_1}{R_1 + R_3 + R_2 // X_{C1}}$$

$$T = a \frac{R_1}{R_1 + R_3 + \frac{R_2}{1 + j\omega C_1 R_2}} = a \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \frac{1 + j\omega C_1 R_2}{1 + j\omega C_1 [R_2 // (R_1 + R_3)]}$$

$$T = 10^3 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^2}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^3}\right)}$$



Le trait horizontal n'intersecte pas le diagramme de phase, ainsi le circuit est stable.