

# **Chapitre 5**

## **L'amplificateur opérationnel.**

### **Applications**

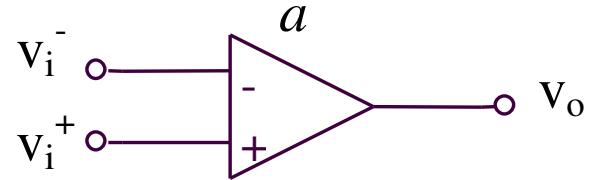
## **5.1. Introduction**

## 5.1. Introduction

C'est un amplificateur à:

- gain en tension élevée (idéal  $\infty$ )
- haute impédance d'entrée (idéal  $\infty$ )
- basse impédance de sortie (idéal 0)
- entrées différentielles et sortie unique

$$v_o = a(v_i^+ - v_i^-)$$



### Paramètres

- le gain en tension
- la tension de décalage d'entrée (tension continue appliquée entre les entrées pour obtenir une tension de sortie nulle)
- le courant de décalage d'entrée (différence entre les courants continus des deux entrées nécessaires pour annuler la tension de sortie)

### Ordre de grandeur

$$a_{v0} > 10^5$$

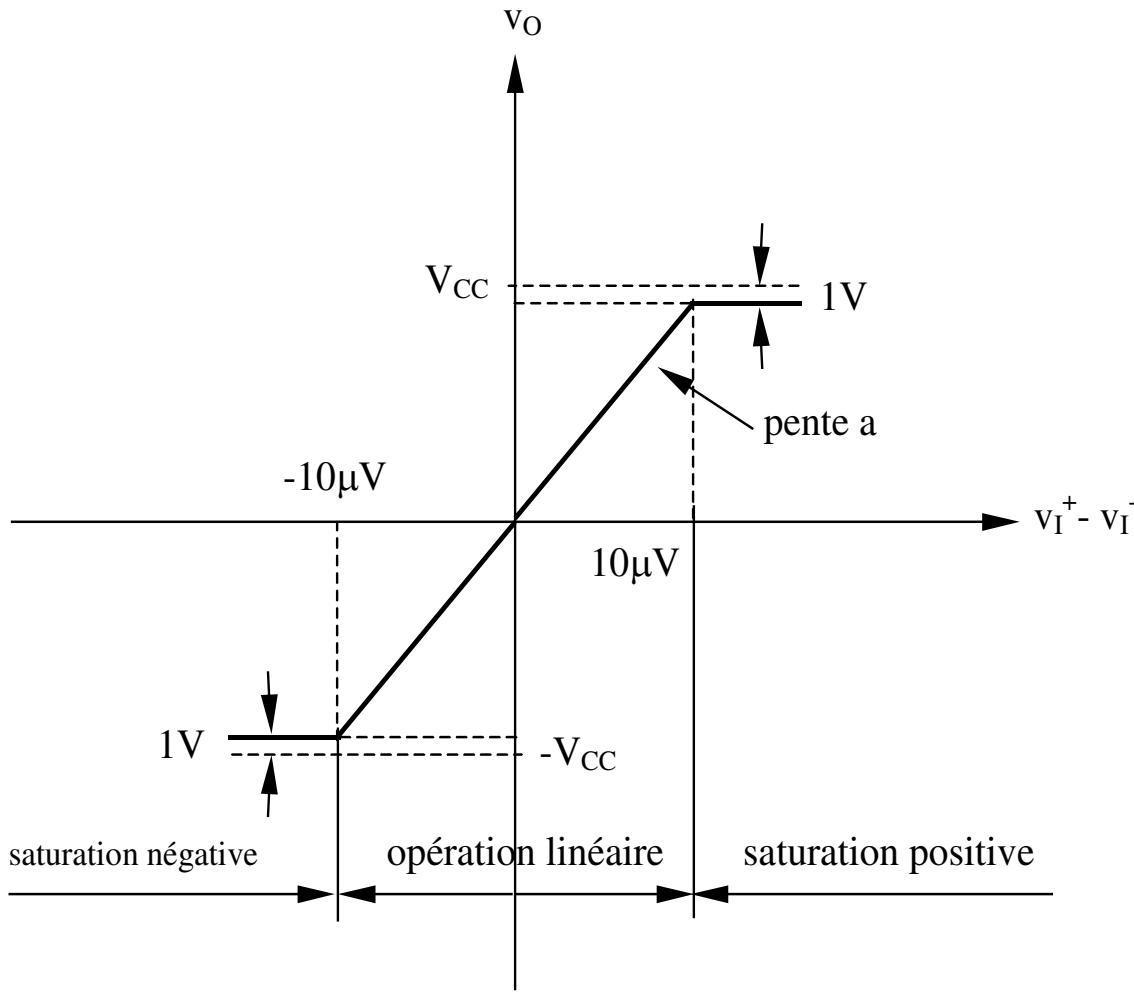
$$v_{IO} = 2 \text{mV}$$

$$I_{IO} = 5 \text{nA}$$

## Paramètres

## Ordre de grandeur

- le courant de polarisation d'entrée (la valeur moyenne des courants continus des deux entrées nécessaires pour annuler la tension de sortie)  $I_I = 80 \text{ nA}$
- l'impédance d'entrée  $R_i = 2M\Omega$
- plage de tension d'entrée en mode commun  $V_{CC} - 2V$
- l'excursion de tension de sortie  $V_{CC} - (2...3V_{BE}) - V_{CEsat}$
- le taux de réjection du mode commun (gain en tension différentielle/gain en tension mode commun)  $CMRR = 80dB$
- l'impédance de sortie  $R_O = 50\Omega$
- la largeur de bande à gain unité (fréquence pour laquelle le gain en tension sans contre-réaction = 1)  $f_T = 1MHz$
- slew-rate (pente maximale de la réponse transitoire de la tension de sortie pour un signal carrée d'amplitude élevée appliquée à l'entrée)  $SR = 0.5V/\mu s$



Dans la région linéaire,  $v_O = a(v_{I^+} - v_{I^-})$

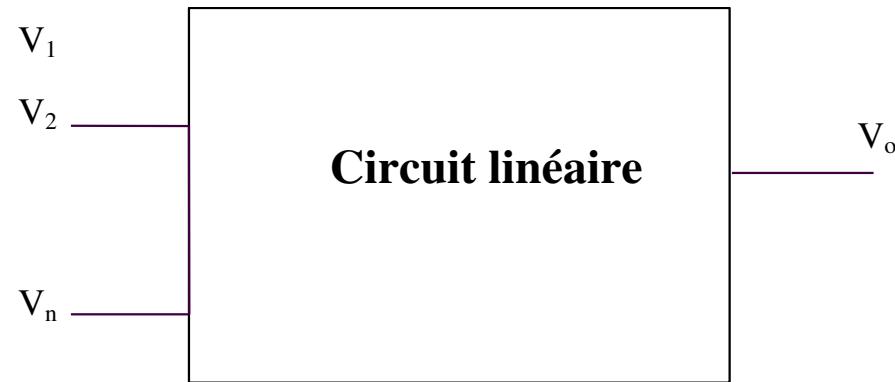
Dans la saturation négative,  $v_O \approx -(V_{CC} - IV)$

Dans la saturation positive,  $v_O \approx V_{CC} - IV$

## **5.2. Equations des montages fondamentaux**

## 5.2. Equations des montages fondamentaux

### Théorème de superposition



$$V_o = V_o|_{\substack{V_1 \neq 0 \\ V_2 = V_3 = \dots = V_n = 0}} + V_o|_{\substack{V_2 \neq 0 \\ V_1 = V_3 = \dots = V_n = 0}} + \dots + V_o|_{\substack{V_n \neq 0 \\ V_1 = V_2 = \dots = V_{n-1} = 0}}$$

## 5.2. Equations des montages fondamentaux

### 5.2.1. Méthode de raisonnement sur l'amplificateur opérationnel idéal

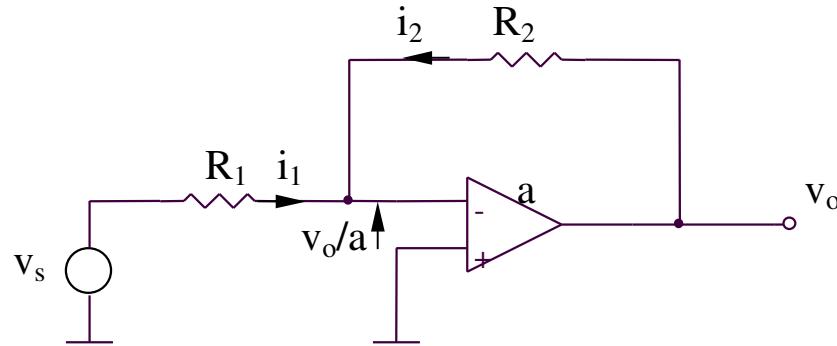
Un amplificateur opérationnel idéal est caractérisé en boucle ouverte par:

- gain en tension infini
- impédance d'entrée infini
- impedance de sortie nulle

En conséquence:

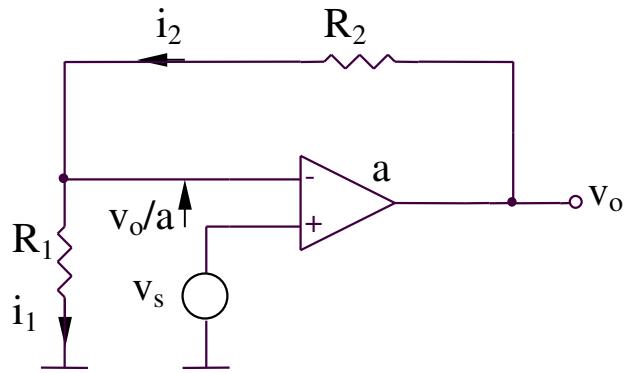
- il n'y a aucune différence de potentiel entre les deux entrées du circuit
- aucun courant ne circule vers les deux entrées

### 5.2.2. Montage inverseur



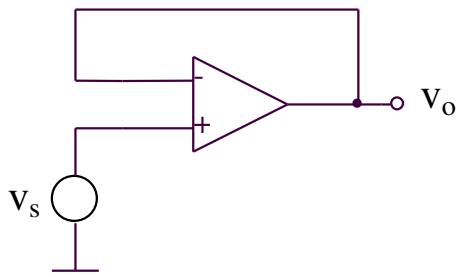
$$A = -\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

### 5.2.3. Montage non-inverseur



$$A = \frac{v_o}{v_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

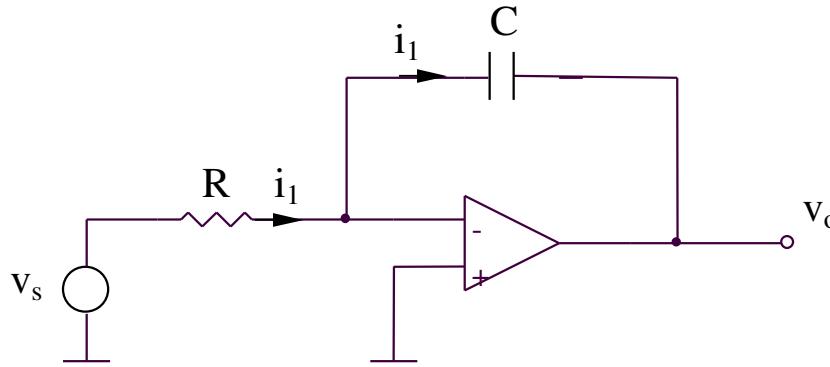
### 5.2.4. Montage répéteur



Si l'amplificateur opérationnel est idéal, la tension de sortie est identique avec la tension d'entrée:

$$v_o = v_s$$

## 5.2.5. Montages intégrateur et différentiateur

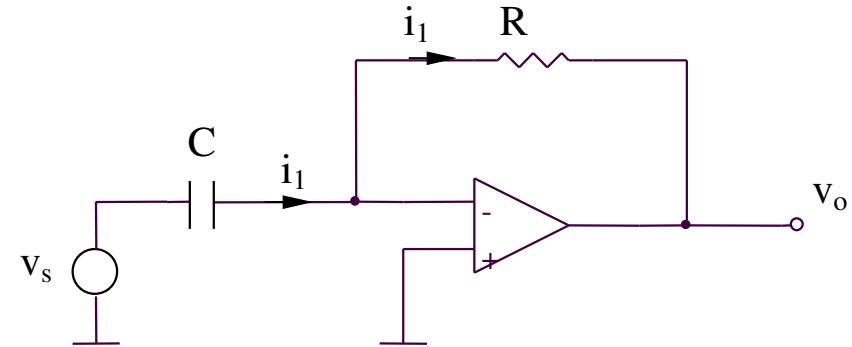


**Intégrateur**

$$i_1 = \frac{v_s(t)}{R}$$

$$v_o = -\frac{1}{C} \int i_1(t) dt + v_o(0)$$

$$v_o = -\frac{1}{RC} \int v_s(t) dt + v_o(0)$$

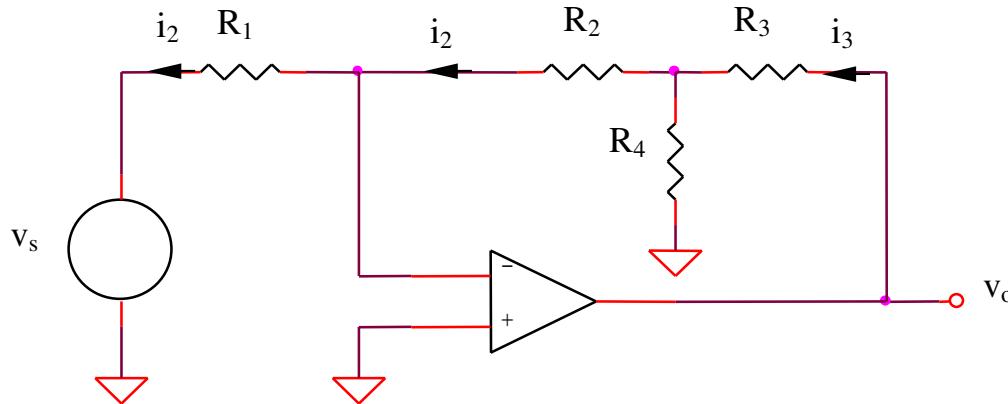


**Déifferentiateur**

$$i_1 = C \frac{dv_s}{dt}$$

$$v_o = -Ri_1 = -RC \frac{dv_s}{dt}$$

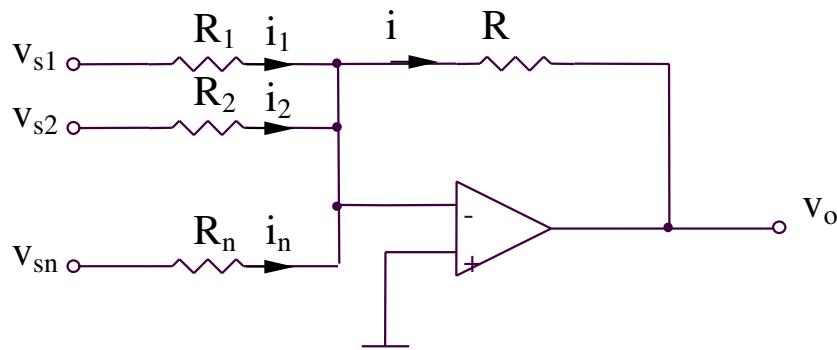
## 5.2.6. Montage inverseur avec le grand gain



$$A = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_o}{i_3} \frac{i_3}{i_2} \frac{i_2}{v_s}$$

$$A = -\frac{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}{R_1 R_4}$$

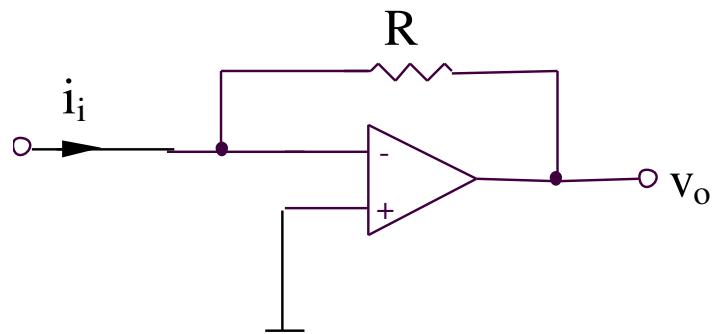
## 5.2.7. Montages somateur inverseur



$$i = \sum_{i=1}^n i_i = \sum_{i=1}^n \frac{v_{si}}{R_i}$$

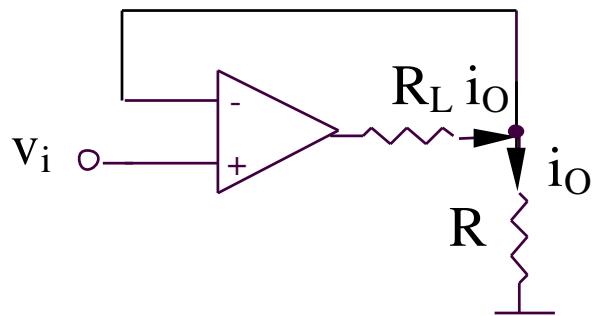
$$v_o = -Ri = -R \sum_{i=1}^n \frac{v_{si}}{R_i}$$

## 5.2.8. Convertisseur courant-tension



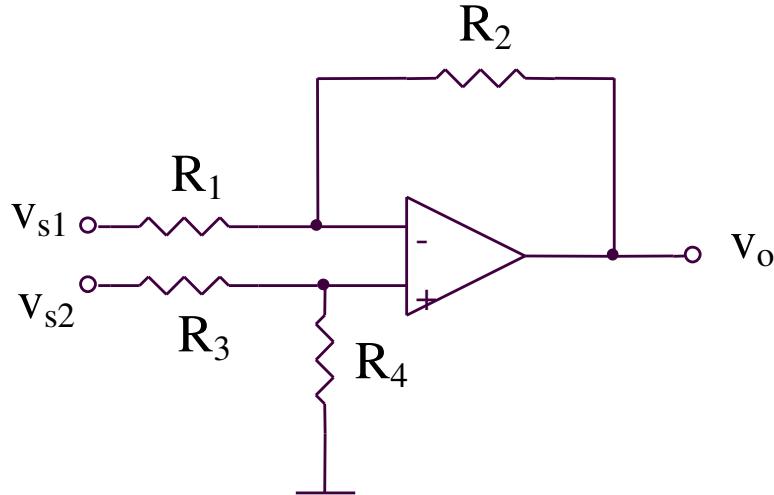
$$v_o = -R i_i$$

## 5.2.9. Convertisseur tension-courant



$$i_o = v_i / R$$

## 5.2.10. Montages différentiels (1)



$$v_o = v_{s1} \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + v_{s2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Pour obtenir:

$$v_o = A(v_{s2} - v_{s1})$$

il est nécessaire d'imposer la condition:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

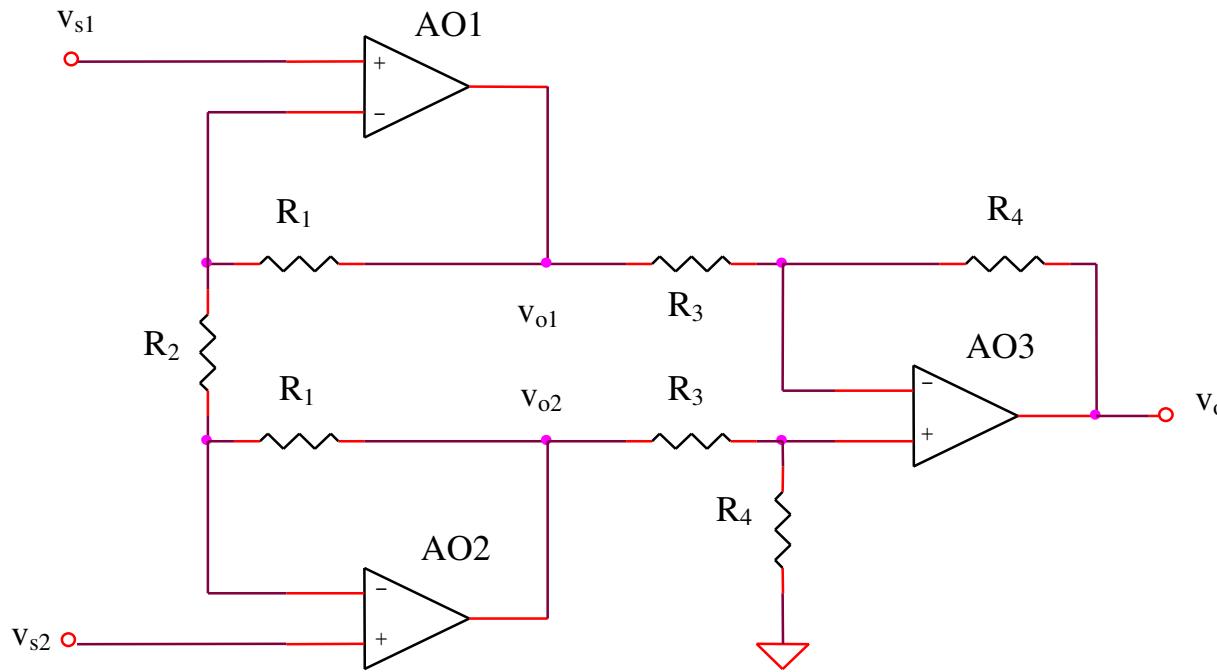
équivalent avec:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

en résultant:

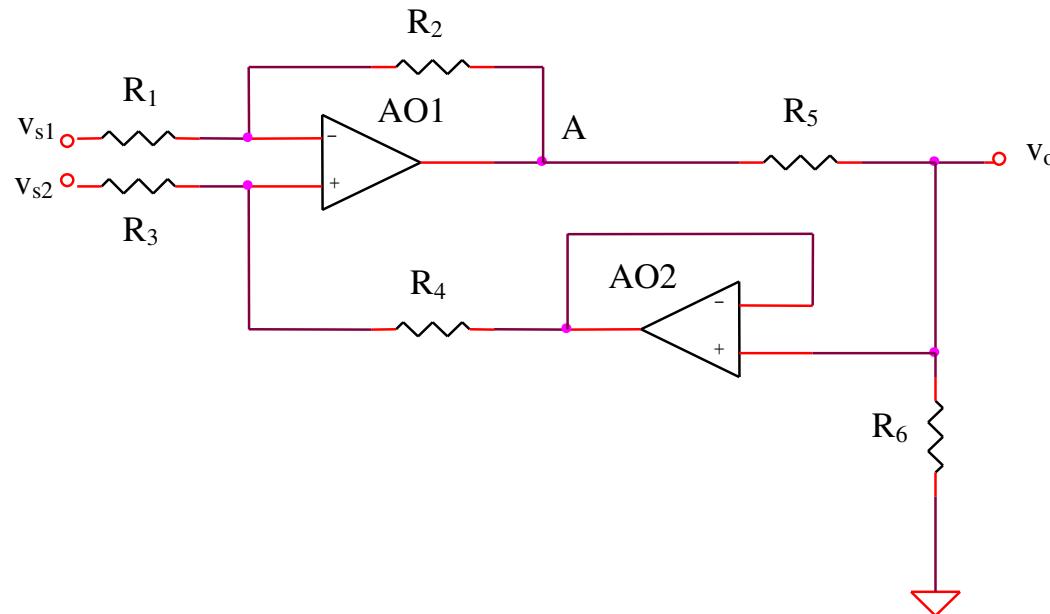
$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_{s2} - v_{s1})$$

## 5.2.11. Montages différentiels (2)



$$\left. \begin{aligned} v_{o1} &= v_{s1} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) - v_{s2} \frac{R_1}{R_2} \\ v_{o2} &= v_{s2} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) - v_{s1} \frac{R_1}{R_2} \\ v_o &= \frac{R_4}{R_3} (v_{o2} - v_{o1}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{v_o}{v_{s2} - v_{s1}} = \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{R_4}{R_3}$$

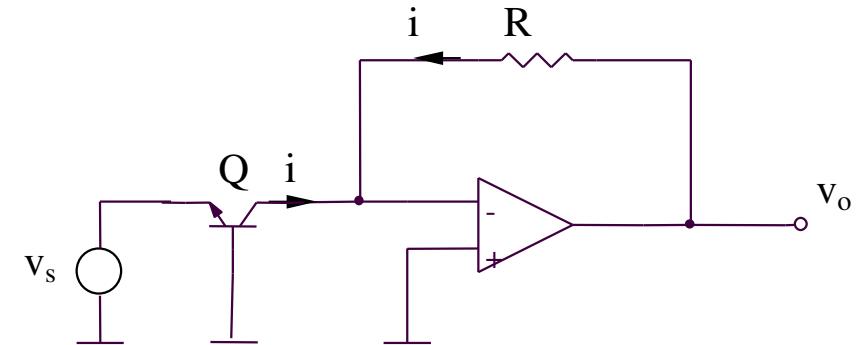
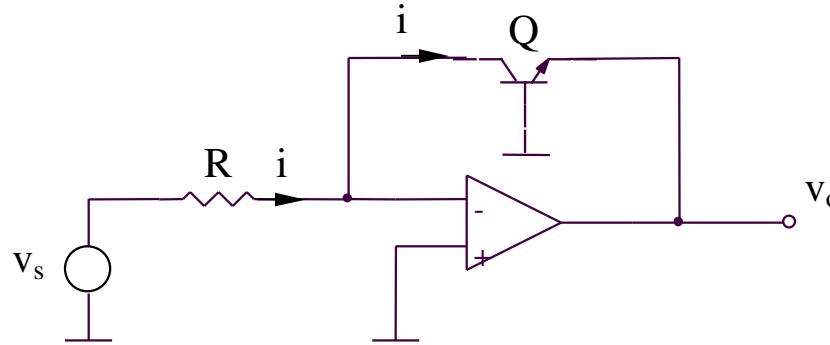
## 5.2.12. Montages différentiels (3)



$$\left. \begin{aligned} v_A &= v_{s1} \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{v_{s2} R_4 + v_o R_3}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \\ v_o &= v_A \frac{R_6}{R_5 + R_6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_o \left[ \left( 1 + \frac{R_5}{R_6} \right) - \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \right] = v_{s2} \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} - v_{s1} \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow v_o = A(v_{s2} - v_{s1})$$

$$\Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3 \Rightarrow A = \frac{v_o}{v_{s2} - v_{s1}} = \frac{R_6 R_2}{R_5 R_1}$$

## 5.2.13. Convertisseur logarithmique et anti-logarithmique



Convertisseur logarithmique

$$v_o = -v_{BE} = -V_{th} \ln\left(\frac{i}{I_S}\right)$$

$$v_o = -V_{th} \ln\left(\frac{v_s}{RI_S}\right)$$

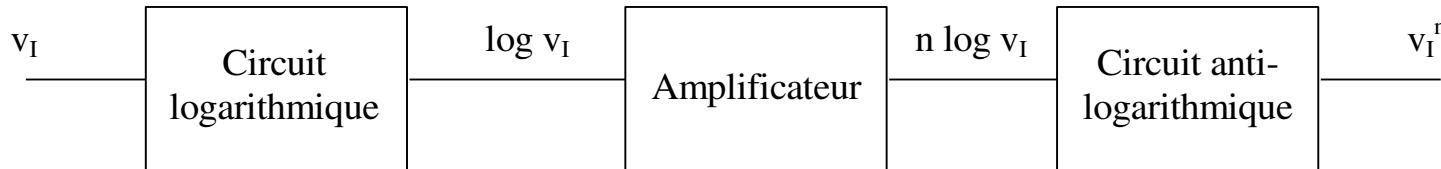
Convertisseur anti-logarithmique

$$v_o = iR$$

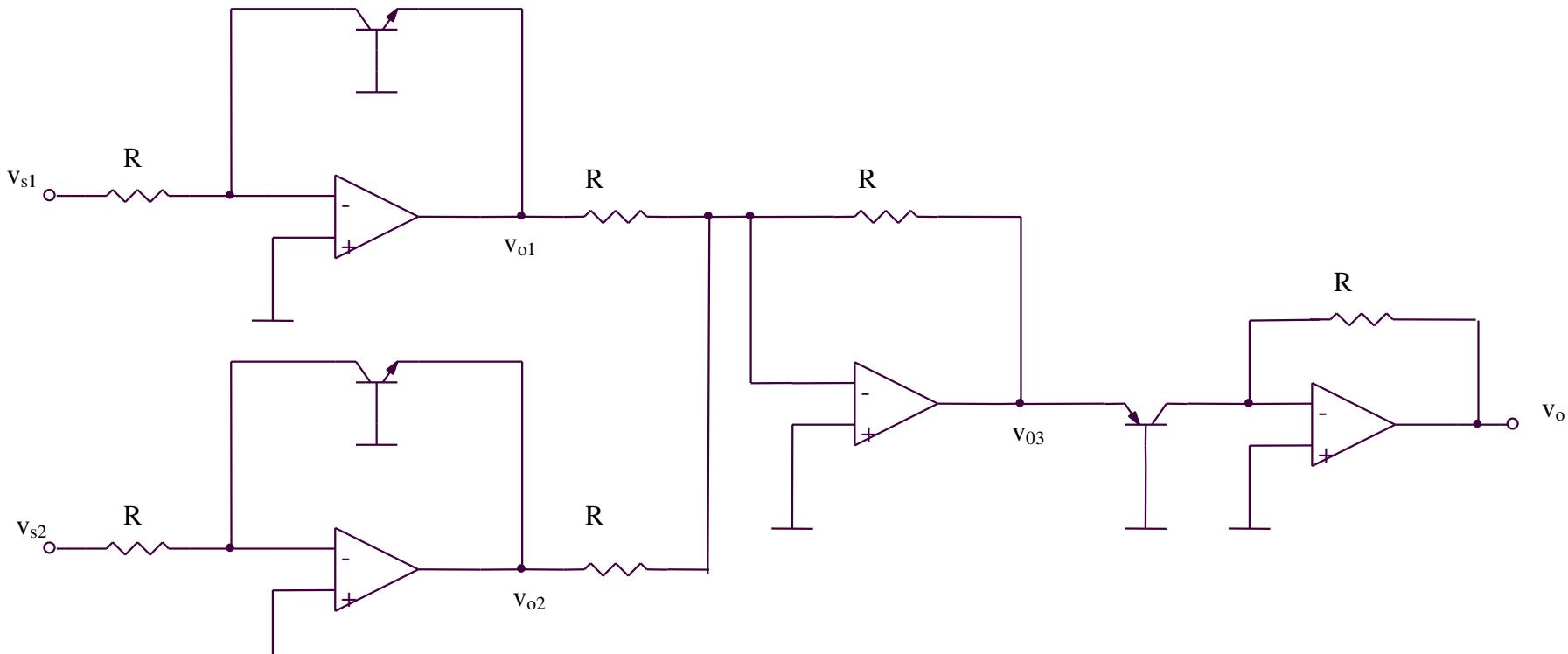
$$i = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_{th}}} = I_S e^{-\frac{v_s}{V_{th}}}$$

## 5.2.14. Circuit pour la fonction Y = X<sup>n</sup>

$$X^n = e^{n \ln x}$$



## 5.2.15. Circuit de multiplication



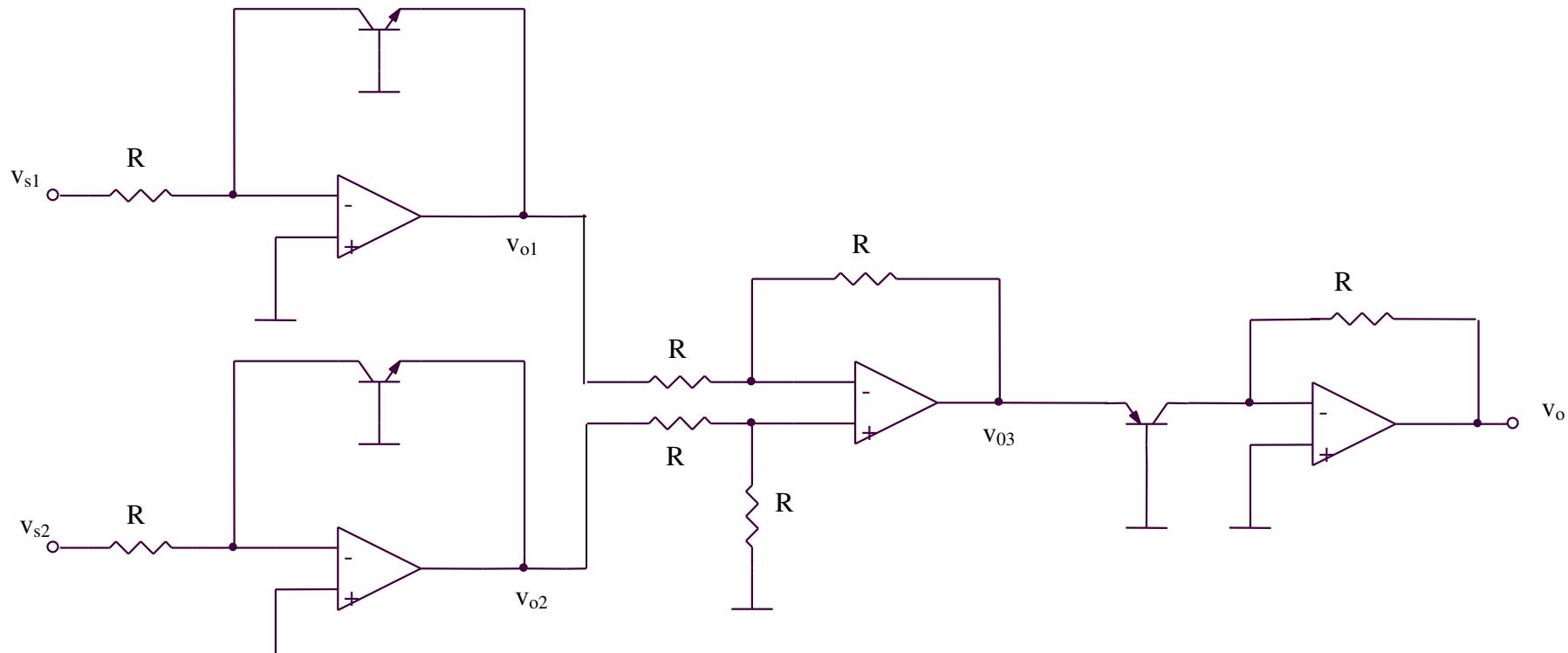
$$v_{o1} = -V_{th} \ln \frac{v_{s1}}{RI_S}$$

$$v_{o2} = -V_{th} \ln \frac{v_{s2}}{RI_S}$$

$$v_{o3} = \left( -\frac{R}{R} \right) v_{o1} + \left( -\frac{R}{R} \right) v_{o2} = -(v_{o1} + v_{o2}) = V_{th} \ln \frac{v_{s1} v_{s2}}{R^2 I_S^2}$$

$$v_o = -RI_S e^{\frac{v_{o3}}{V_{th}}} = -\frac{v_{s1} v_{s2}}{RI_S}$$

## 5.2.16. Diviseur



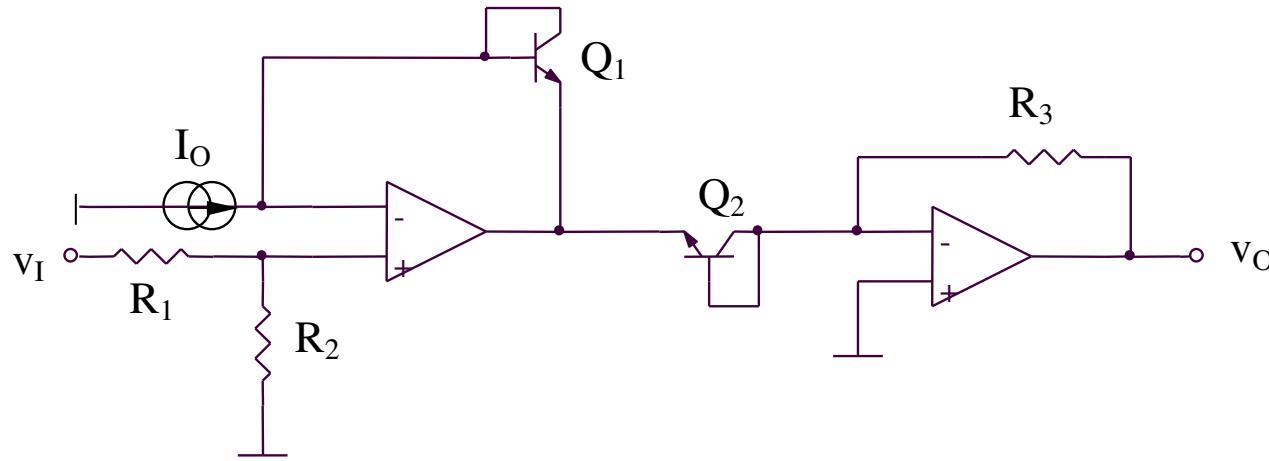
$$v_{o1} = -V_{th} \ln \frac{v_{s1}}{RI_S}$$

$$v_{o2} = -V_{th} \ln \frac{v_{s2}}{RI_S}$$

$$v_{o3} = v_{o2} - v_{o1} = V_{th} \ln \frac{v_{s1}}{v_{s2}}$$

$$v_o = -RI_S e^{v_{o3}/V_{th}} = -RI_S \frac{v_{s1}}{v_{s2}}$$

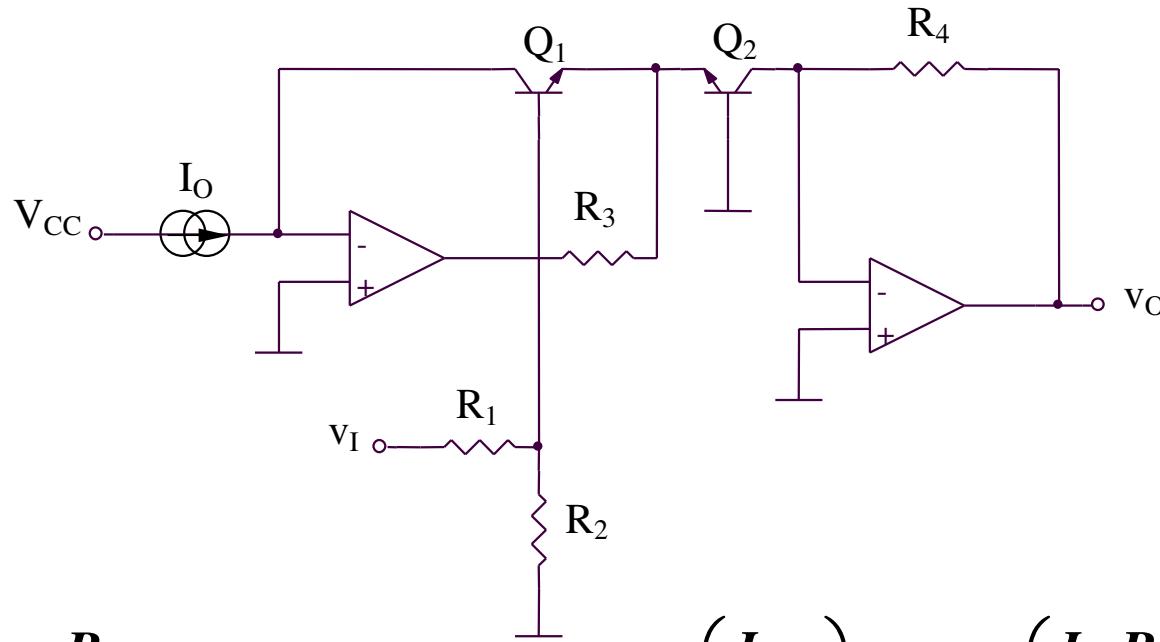
## 5.2.17. Circuit e<sup>x</sup> (1)



$$v_I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = v_{BE1} - v_{BE2} = V_{th} \ln\left(\frac{I_{C1}}{I_{C2}}\right) = V_{th} \ln\left(\frac{I_O R_3}{v_O}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_O = I_O R_3 e^{-\frac{v_I}{V_{th}} \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

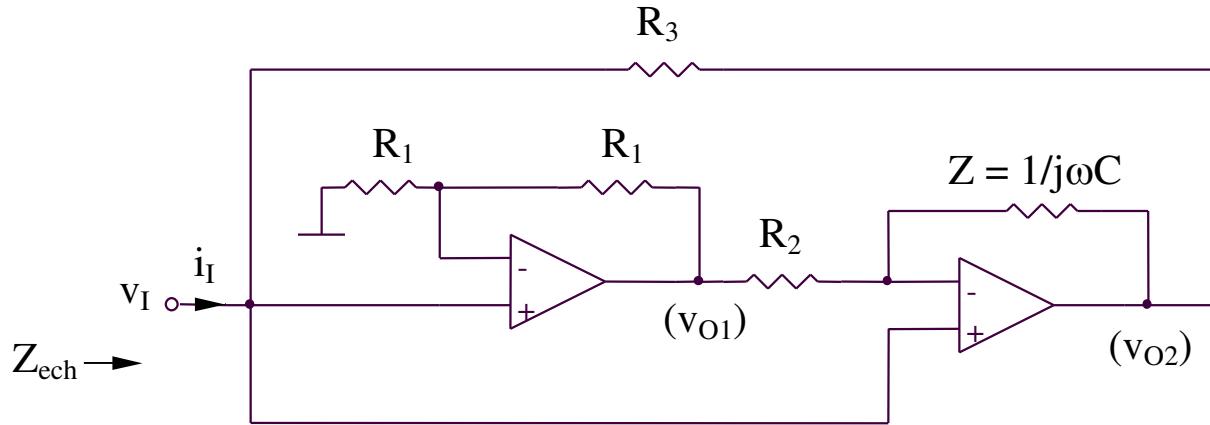
## 5.2.18. Circuit $e^x$ (2)



$$v_I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = v_{BE1} - v_{BE2} = V_{th} \ln\left(\frac{I_{C1}}{I_{C2}}\right) = V_{th} \ln\left(\frac{I_O R_4}{v_O}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_O = I_O R_4 e^{-\frac{v_I}{V_{th}} \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

## 5.2.19. Simulateur d'inductance

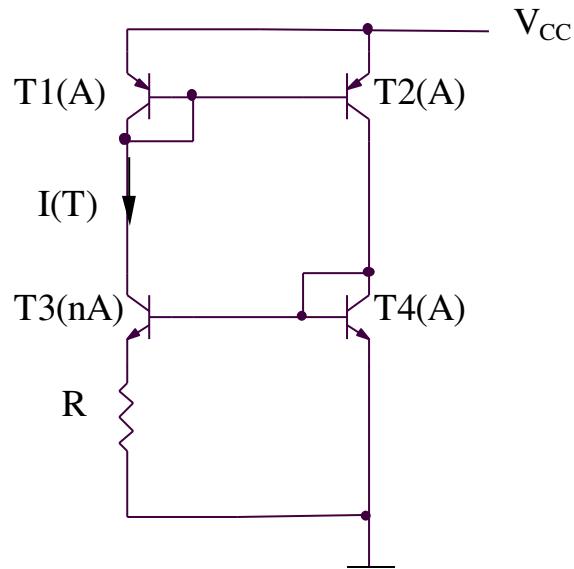


$$\left. \begin{aligned} v_{O2} &= v_I \left( 1 + \frac{Z}{R_2} \right) + v_{O1} \left( -\frac{Z}{R_2} \right) \\ v_{O1} &= 2v_I \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{O2} = v_I \left( 1 - \frac{Z}{R_2} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} i_I &= \frac{v_I - v_{O2}}{R_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow i_I = v_I \frac{Z}{R_2 R_3} \Rightarrow$$

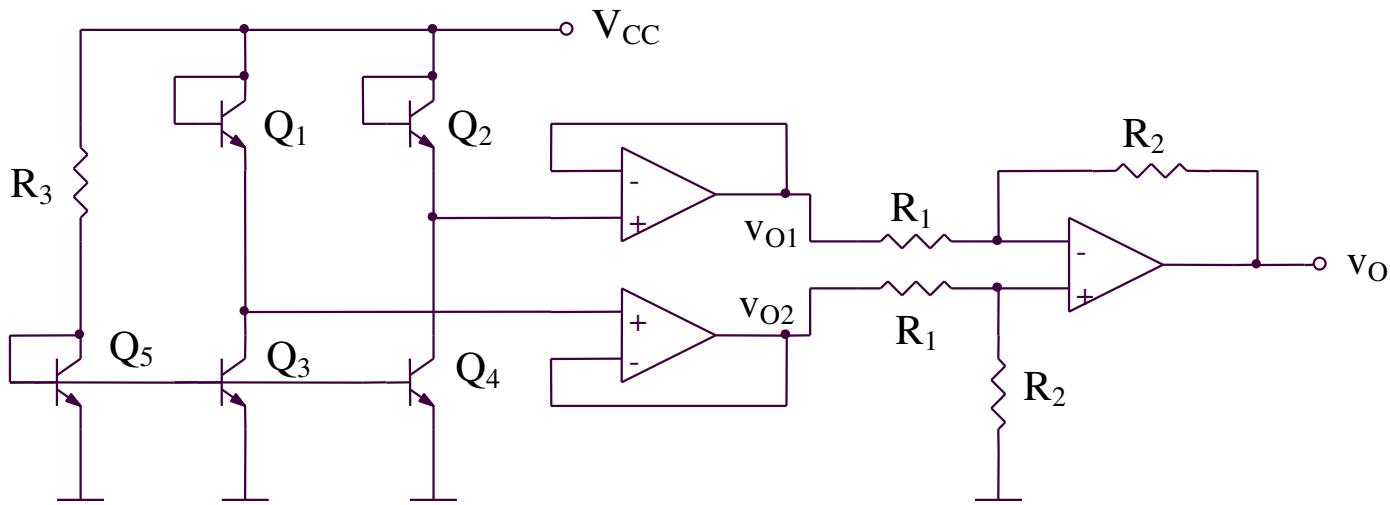
$$\Rightarrow Z_{ech} = \frac{v_I}{i_I} = \frac{R_2 R_3}{Z} = j\omega(R_2 R_3 C) = j\omega L_{ech} \quad L_{ech} = R_2 R_3 C$$

## 5.2.20. Sondes de température



$$I(T) = \frac{V_{BE4} - V_{BE3}}{R} = \frac{V_{th}}{R} \ln \left( \frac{I_{C4}}{I_{C3}} \frac{I_{S3}}{I_{S4}} \right) = \frac{V_{th}}{R} \ln n$$

## 5.2.20. Sondes de température

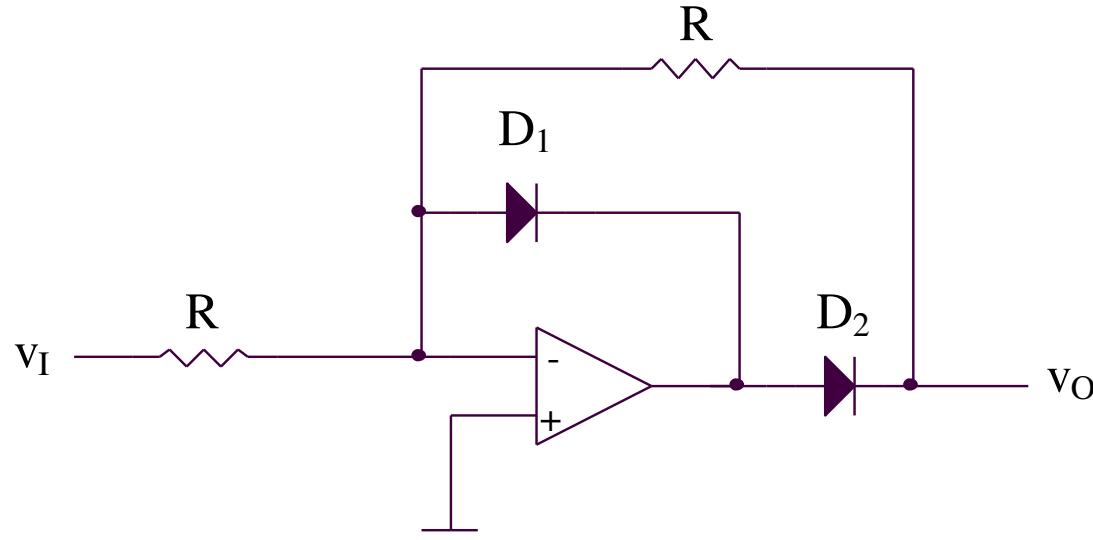


$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_{O2} - v_{O1}) = \frac{R_2}{R_1} (v_{BE2} - v_{BE1}) = \frac{R_2}{R_1} V_{th} \ln \left( \frac{I_{C2}}{I_{C1}} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_O = \frac{R_2}{R_1} V_{th} \ln \left( \frac{I_{C4}}{I_{C3}} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) = \frac{R_2}{R_1} V_{th} \ln \left( \frac{I_{S4}}{I_{S3}} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) = \frac{R_2}{R_1} V_{th} \ln \left( \frac{A_4}{A_3} \frac{A_1}{A_2} \right) = M T$$

$$M = \frac{R_2}{R_1} \frac{k}{q} \ln \left( \frac{A_4}{A_3} \frac{A_1}{A_2} \right)$$

## 5.2.21. Redresseur demi-alternance

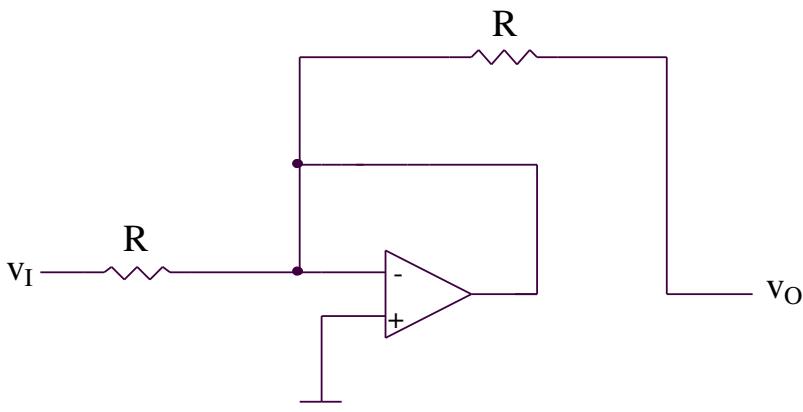


$v_I > 0 \Rightarrow v_{O1} < 0 \Rightarrow D_1$  ouvert,  $D_2$  bloqué

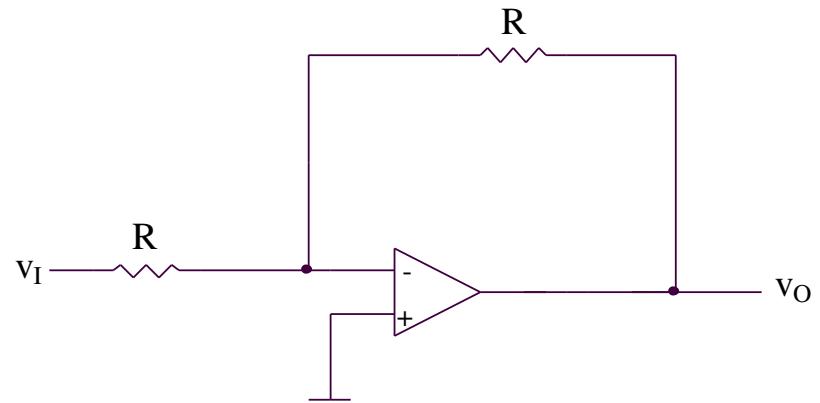
$v_I < 0 \Rightarrow v_{O1} > 0 \Rightarrow D_2$  ouvert,  $D_1$  bloqué

## 5.2.21. Redresseur demi-alternance

$$v_I > 0$$



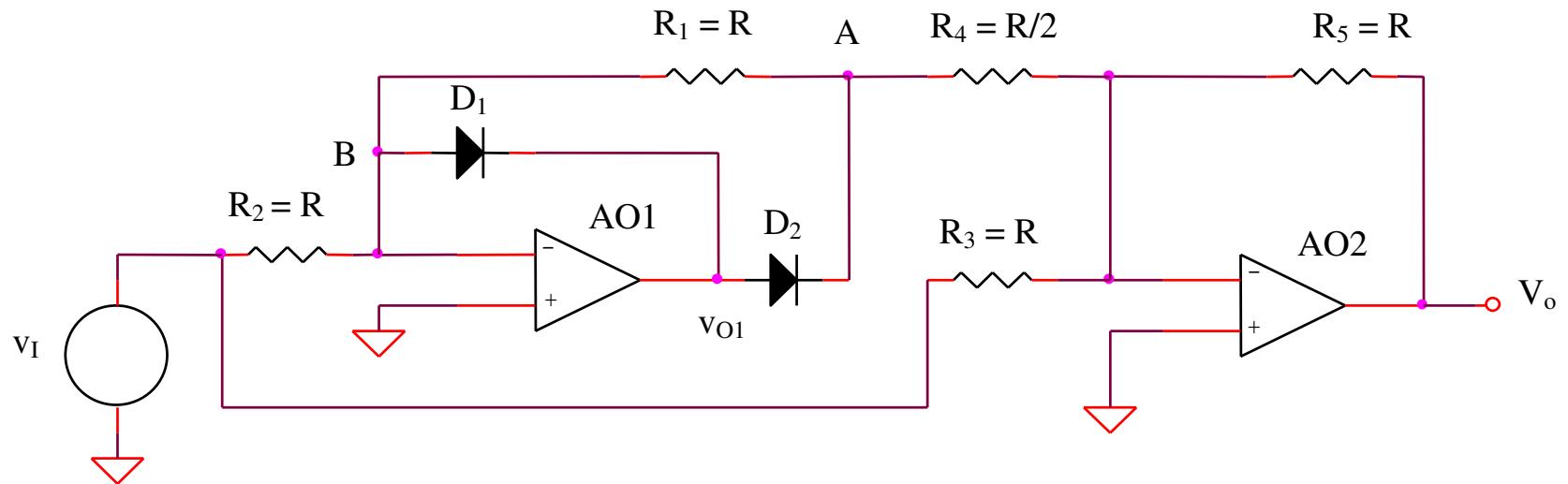
$$v_I > 0$$



$$v_O = 0$$

$$v_O = -\frac{R}{R} v_I = -v_I$$

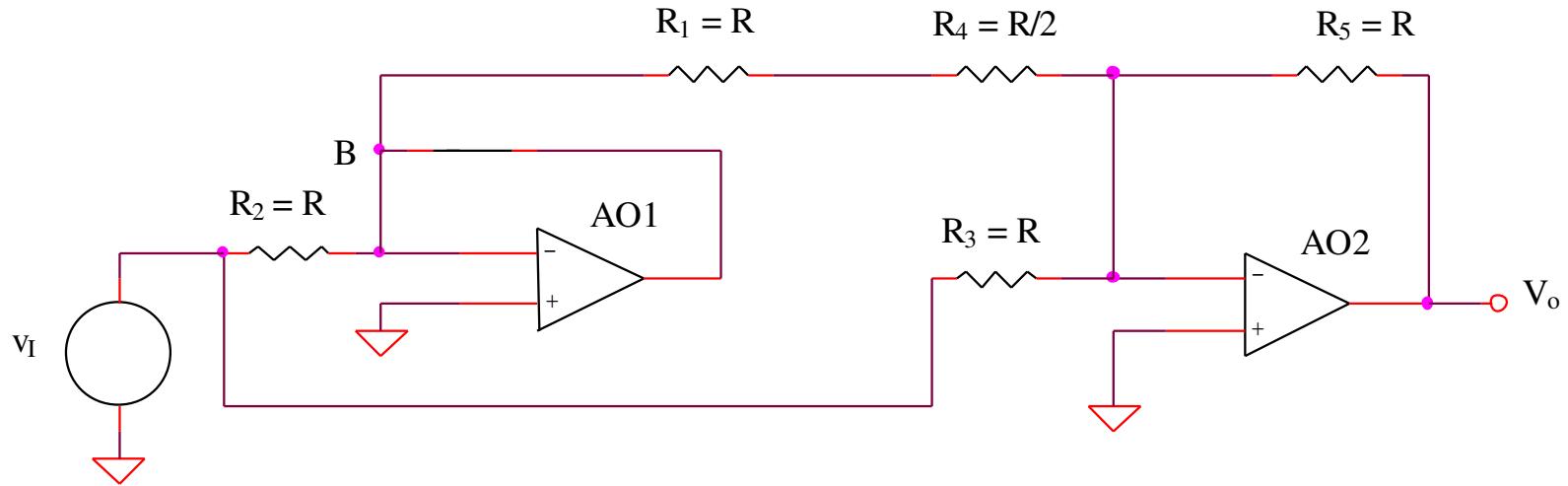
## 5.2.22. Redresseur double alternance (1)



$v_I > 0 \Rightarrow v_{O1} < 0 \Rightarrow D_1 \text{ ouvert}, D_2 \text{ bloqué}$

$v_I < 0 \Rightarrow v_{O1} > 0 \Rightarrow D_2 \text{ ouvert}, D_1 \text{ bloqué}$

## 5.2.22. Redresseur double alternance (1)

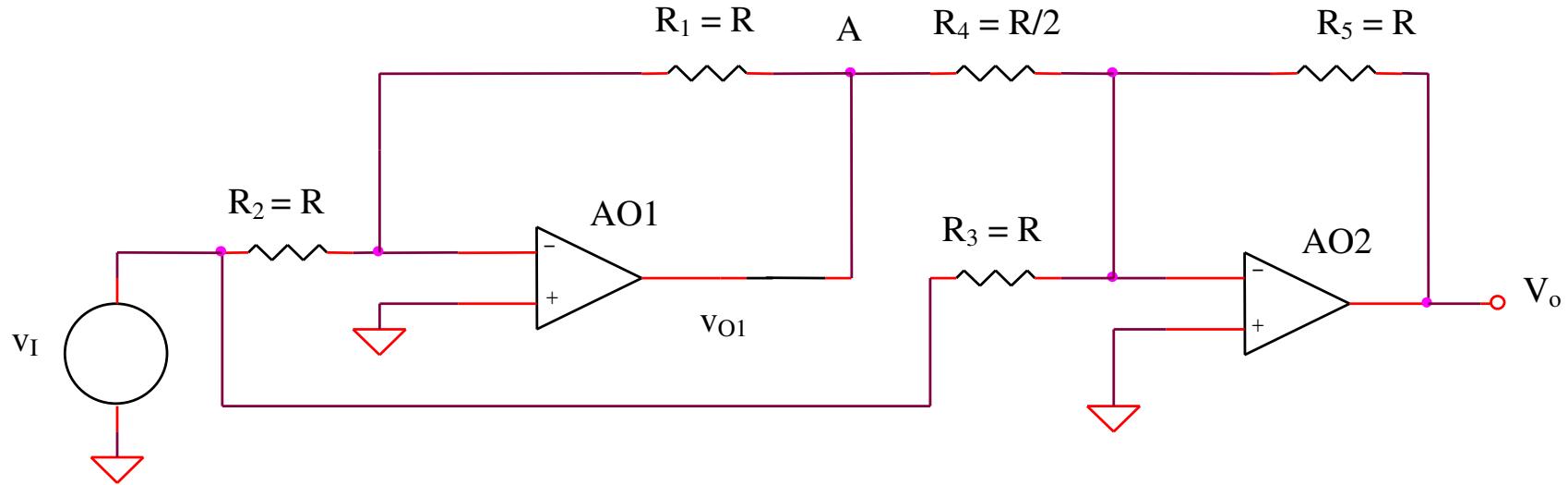


$$v_I > 0$$

$$V_B = 0$$

$$v_o = -\frac{R_5}{R_3} v_I = -v_I$$

## 5.2.22. Redresseur double alternance (1)



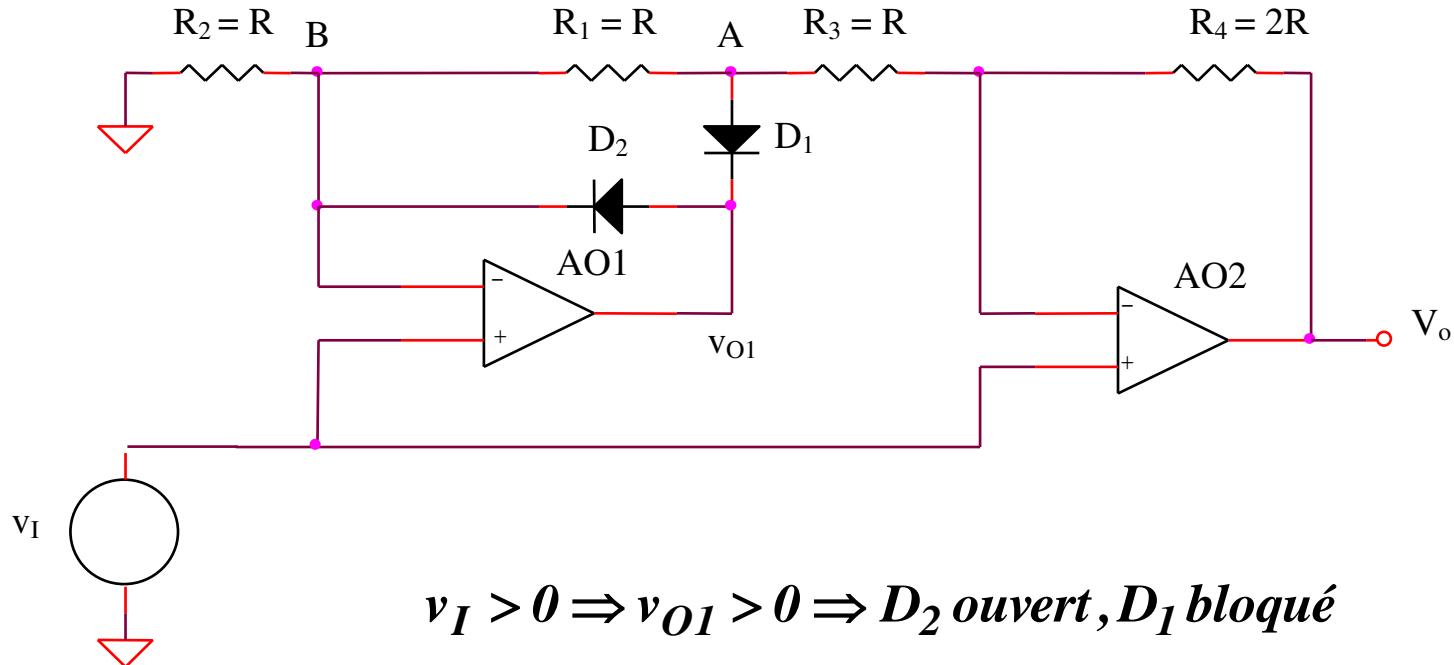
$$v_I < 0$$

$$V_A = -\frac{R_1}{R_2} v_I$$

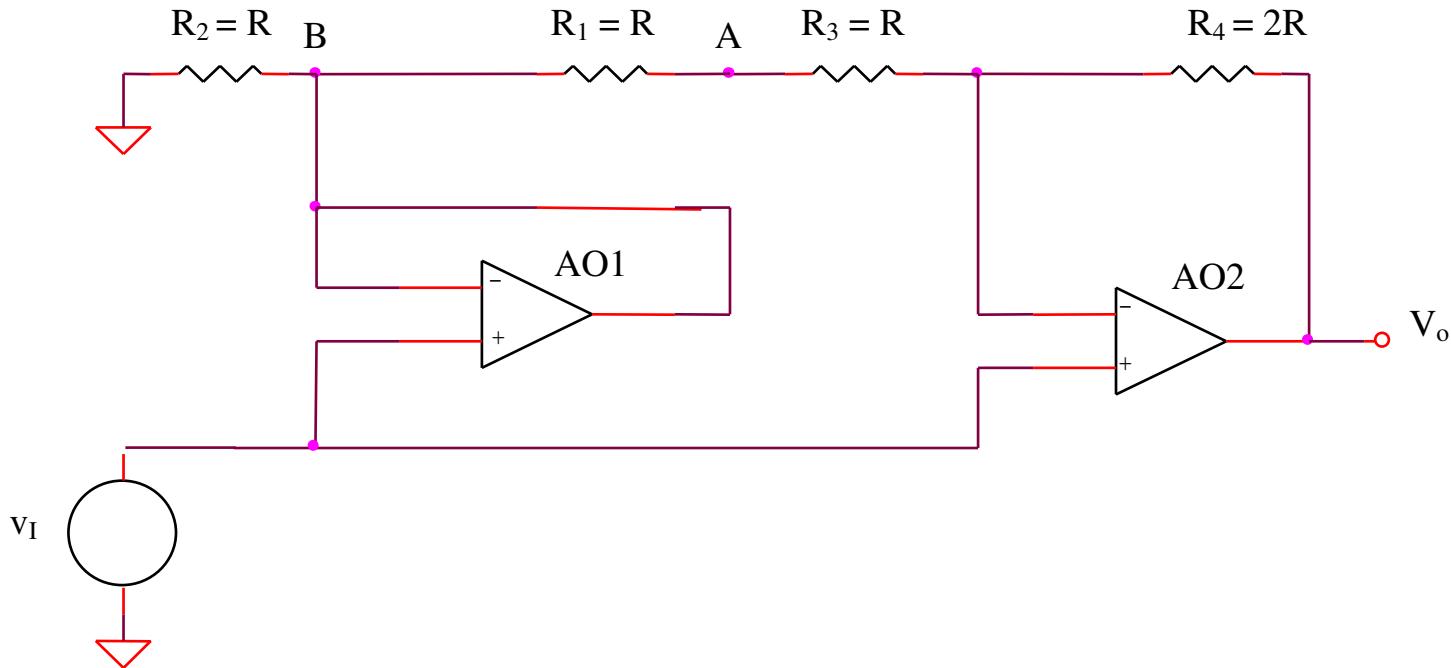
$$v_O = -\frac{R_5}{R_4} V_A - \frac{R_5}{R_3} v_I = v_I$$

Conclusion:  $v_O = -|v_I|$

## 5.2.23. Redresseur double alternance (2)



## 5.2.23. Redresseur double alternance (2)

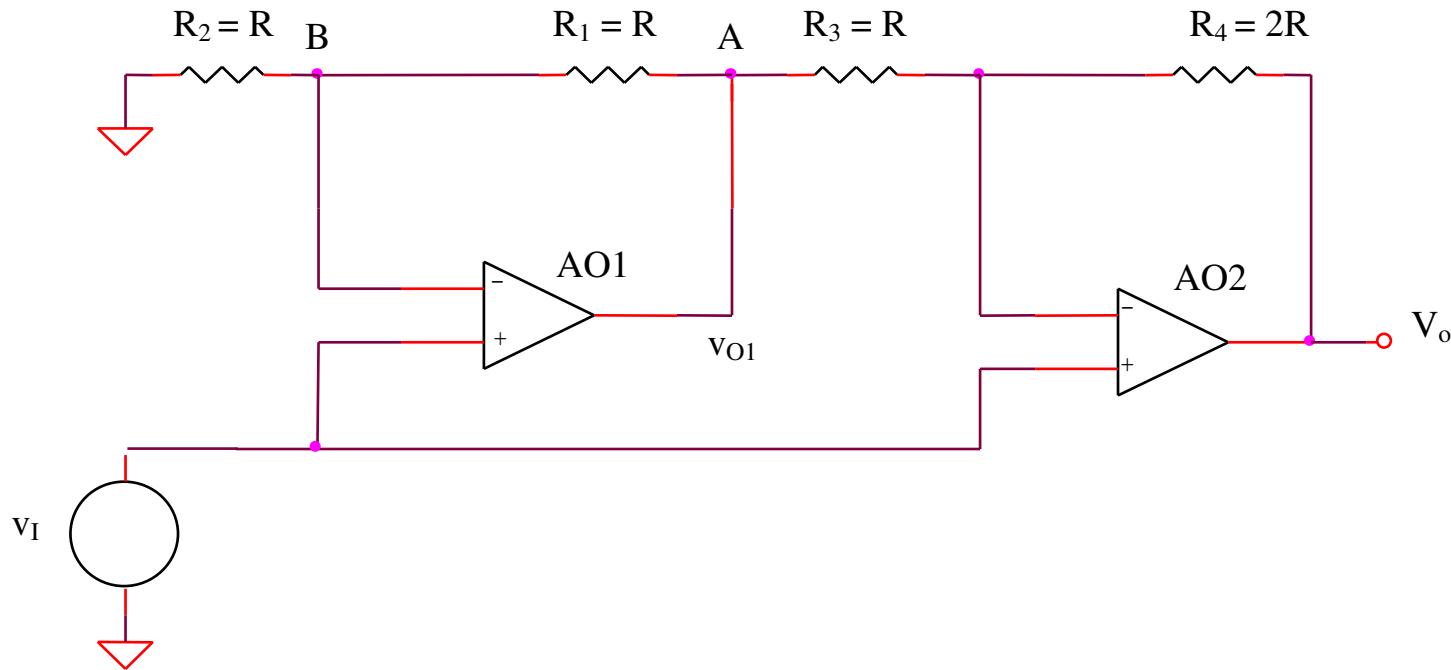


$$v_I > 0$$

$$V_B = v_I$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_4}{R_1 + R_3}\right) v_I - \frac{R_4}{R_1 + R_3} V_B = v_I$$

## 5.2.23. Redresseur double alternance (2)



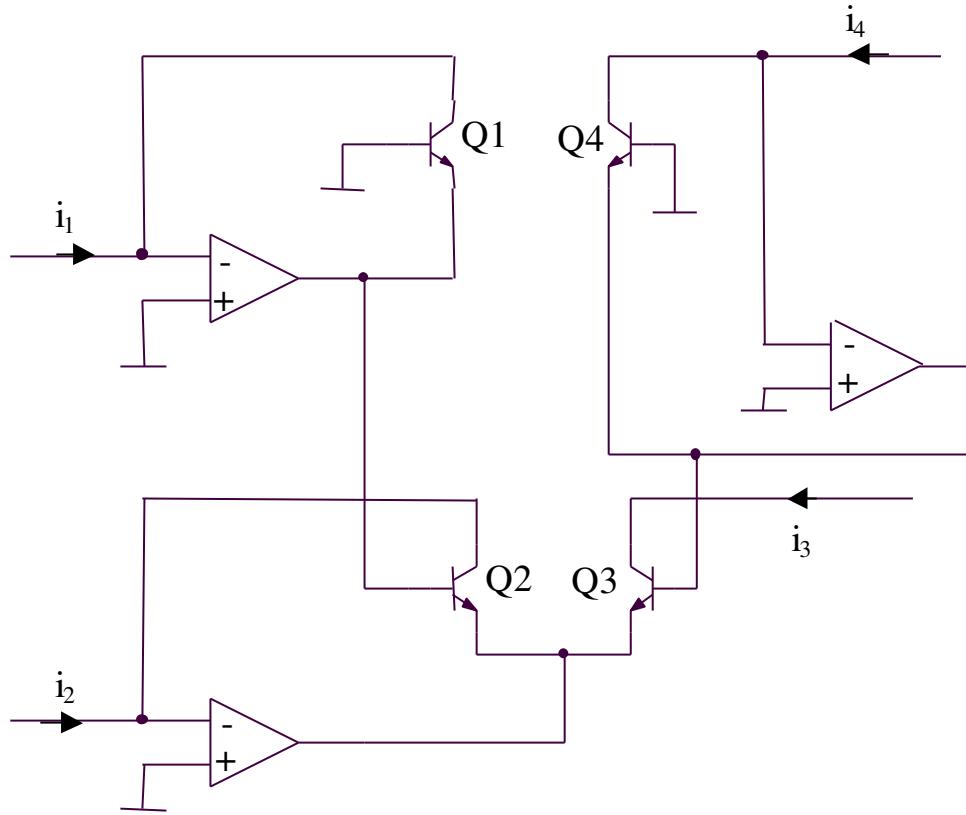
$$v_I < 0$$

$$V_A = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)v_I = 2v_I$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)v_I - \frac{R_4}{R_3}V_A = -v_I$$

Conclusion:  $v_o = |v_I|$

## 5.2.24. Circuit multifonctionnel

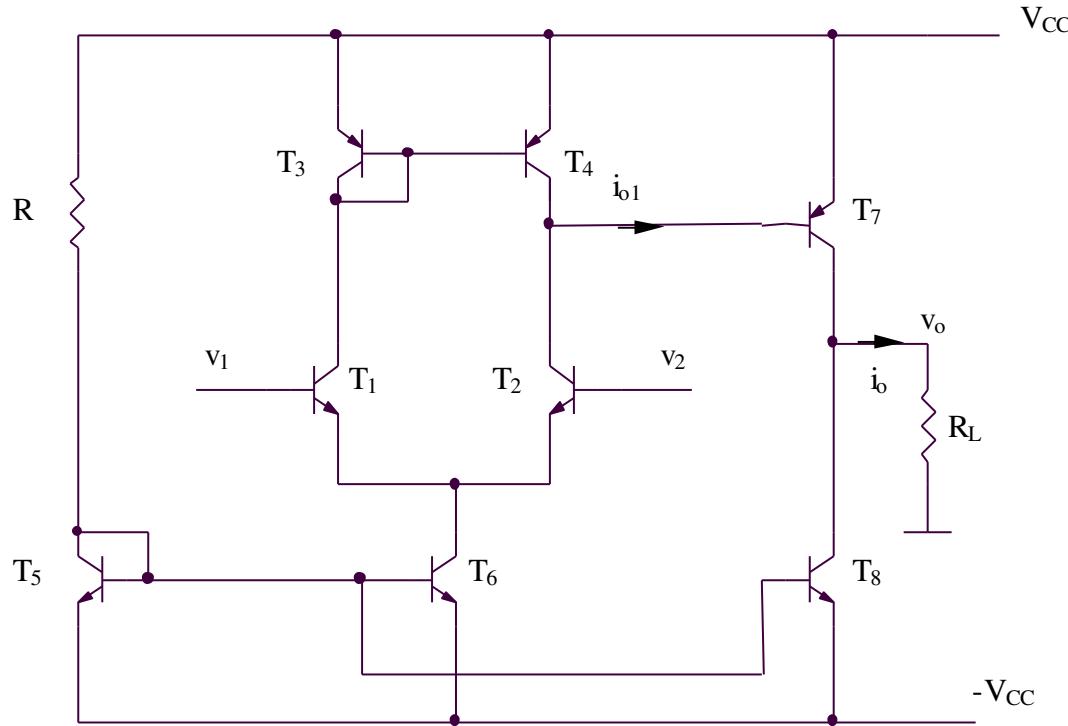


$$V_{BE1} + V_{BE2} = V_{BE3} + V_{BE4}$$

$$V_{th} \ln \frac{i_1}{I_S} + V_{th} \ln \frac{i_2}{I_S} = V_{th} \ln \frac{i_3}{I_S} + V_{th} \ln \frac{i_4}{I_S} \Rightarrow i_1 i_2 = i_3 i_4$$

### **5.3. Etude des amplificateurs opérationnels**

### 5.3.1. Etude d'un amplificateur opérationnel bipolaire (1)



Etude en régime statique

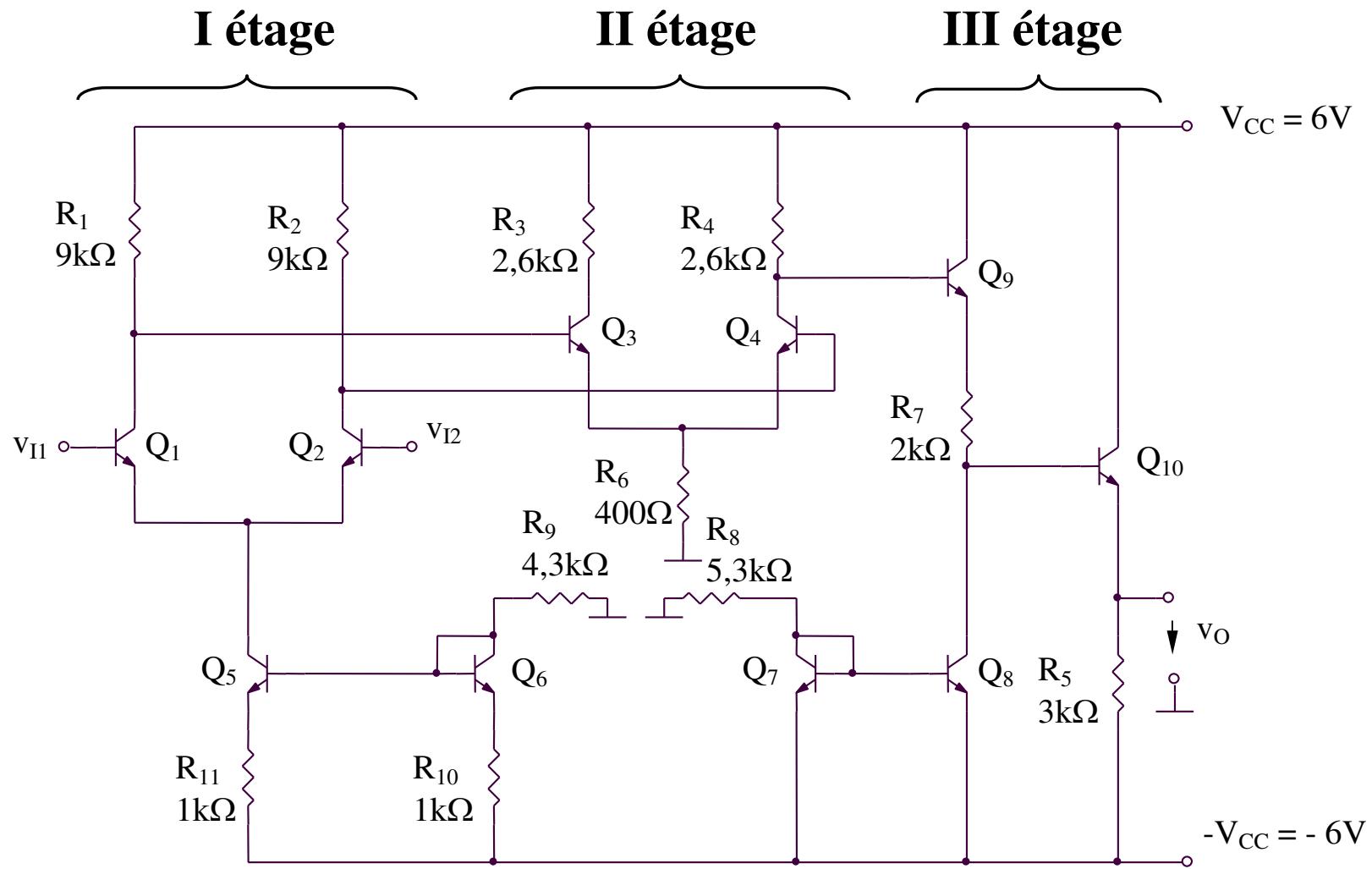
$$I_{C5,6,7,8} = \frac{2V_{CC} - V_{BE}}{R}$$

$$I_{C1,2,3,4} = \frac{I_{C5}}{2}$$

Etude en régime dinamique

$$\left. \begin{aligned} i_{o1} &= g_{m1}(v_1 - v_2) \\ A_{dd} &= \frac{v_o}{v_1 - v_2} = \frac{i_o R_L}{v_1 - v_2} = \frac{\beta_7 i_{o1} R_L}{v_1 - v_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{dd} = g_{m1} \beta_7 R_L$$

## 5.3.2. Etude d'un amplificateur opérationnel bipolaire (2)



## Etude en régime statique

$$I_{C6} = \frac{V_{CC} - V_{BE6}}{R_9 + R_{10}} = 1mA$$

$$I_{C5} = I_{C6} \frac{R_{10}}{R_{11}} = 1mA$$

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_{C5}}{2} = 0,5mA$$

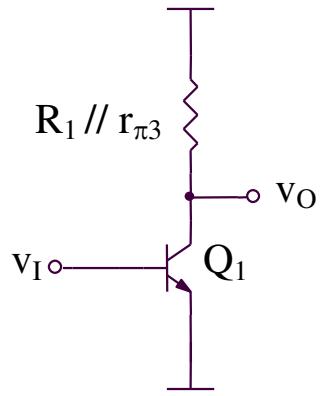
$$I_{C3} = I_{C4} = \frac{V_{CC} - R_2 I_{C2} - V_{BE3}}{2R_6} = 2mA$$

$$I_{C7} = I_{C8} = I_{C9} = \frac{V_{CC} - V_{BE7}}{R_8} = 1mA$$

$$I_{C10} = \frac{2V_{CC} - I_{C4}R_4 - I_{C9}R_7 - V_{BE9} - V_{BE10}}{R_5} \cong 1mA$$

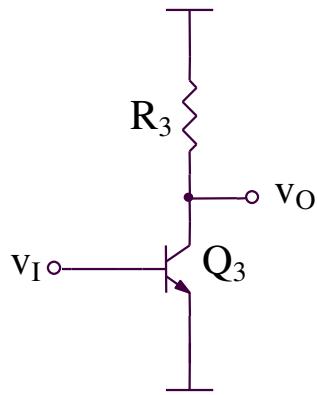
# Etude en régime dinamique

## Gain du premier étage



$$A_{dd\ I} = -g_{m1}(R_1 // r_{\pi 3} // r_{o1})$$

## Gain du second étage

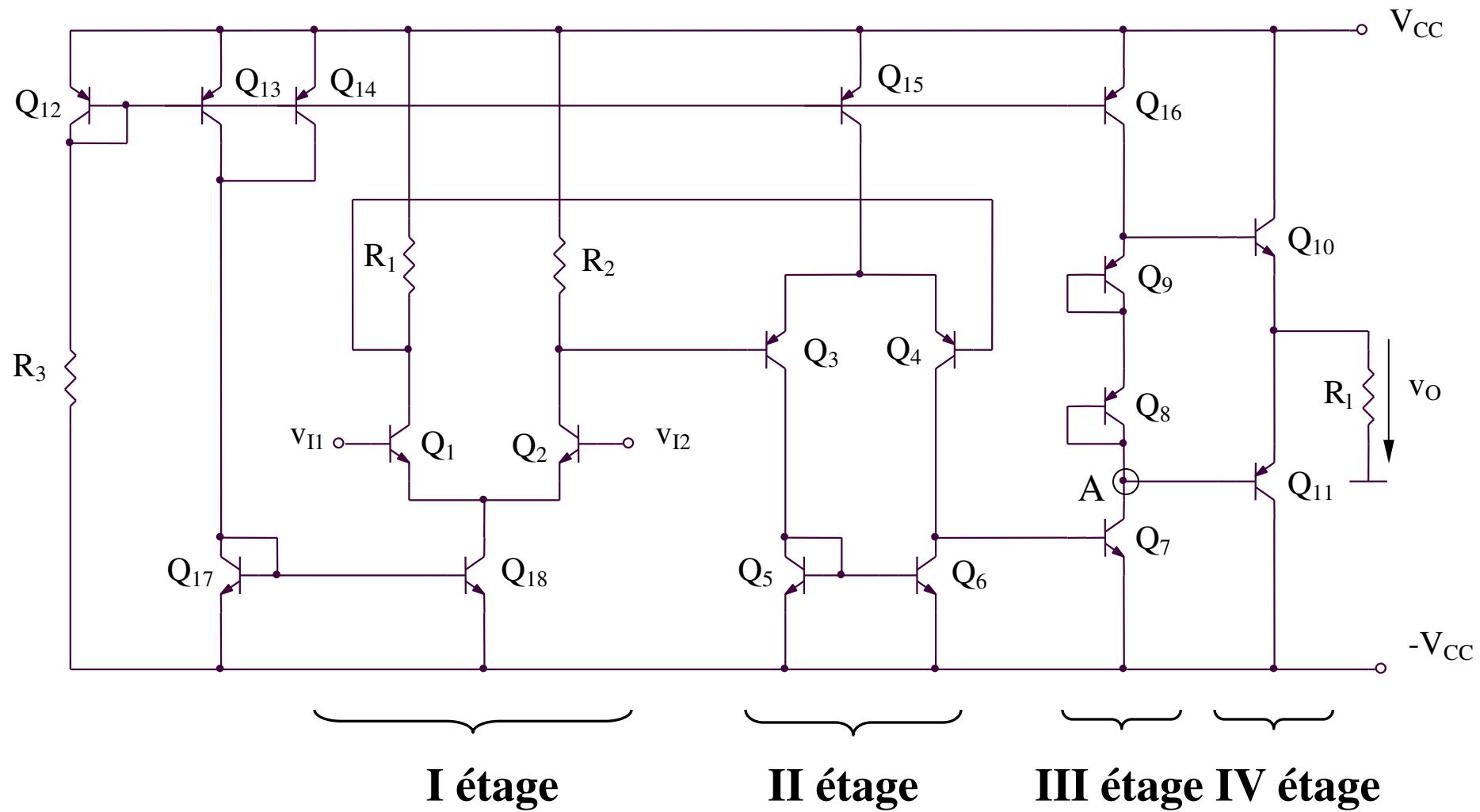


$$A_{dd\ II} \cong -g_{m3}(R_3 // r_{o3})\frac{1}{2}$$

## Gain du troisième étage

$$A_{dd\ III} \cong 1$$

### 5.3.3. Etude d'un amplificateur opérationnel bipolaire (3)



## Etude en régime statique

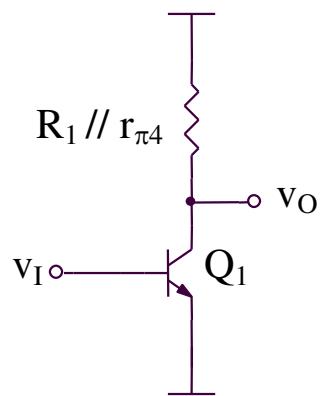
$$I_{C12} = \frac{2V_{CC} - V_{BE}}{R_3} = I_{C13} = I_{C14} = I_{C15} = I_{C16} = I_{C9} = I_{C8} = I_{C7} = I$$

$$I_{C17} = I_{C18} = 2I \quad I_{C3} = I_{C4} = I_{C5} = I_{C6} = I/2 \quad I_{C1} = I_{C2} = I$$

$$/V_{BE8} / + /V_{BE9} / = V_{BE10} + V_{BE11} \Rightarrow 2V_{th} \ln \frac{I}{I_S} = 2V_{th} \ln \frac{I_{C10}}{I_S} \Rightarrow I_{C10} = I_{C11} = I$$

## Etude en régime dinamique

Gain du premier étage

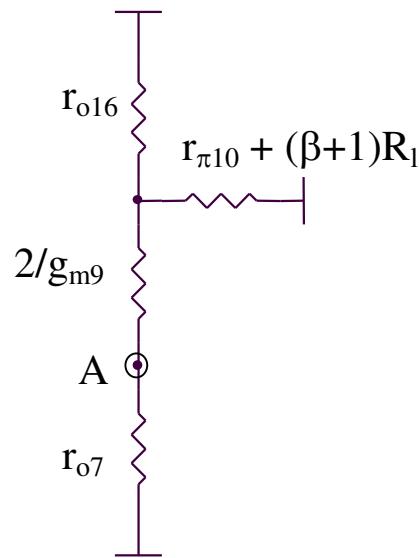


$$A_{ddI} = -g_{m1}(R_1 // r_{\pi 4} // r_{o1})$$

## **Gain du second étage**

$$A_{dd\ II} = g_{m3} (r_{o6} // r_{o4} // r_{\pi7})$$

## **Gain du troisième étage**



$$A_{dd\ III} = -g_{m7} (r_{o7} // r_{o16} // \beta R_l)$$

## **Gain du IV- ème étage**

$$A_{IV} = \frac{\beta R_l}{r_{\pi10} + \beta R_l} \cong 1$$

## Résistance d'entrée en mode différentiel

$$R_{id} = 2r_{\pi I}$$

## Domain maximal pour la tension d'entrée en mode commun

$$V_{IC}^{\min} = V_{BE1} + V_{CE18sat}$$

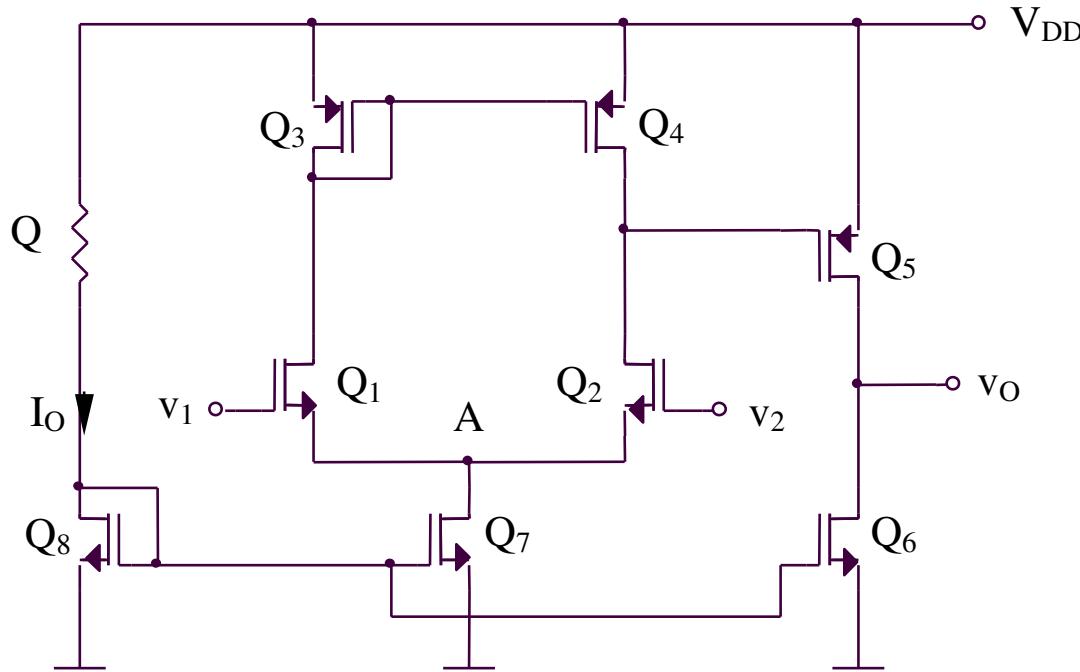
$$V_{IC}^{\max} = V_{CC} - R_I I_{C1} - V_{CE1sat} + V_{BE1}$$

## Domain maximal pour la tension de sortie

$$V_O^{\max} = \min(V_{CC} - /V_{CE16sat} / - V_{BE10}; I_{C16} \beta R_l)$$

$$V_O^{\min} = -V_{CC} + V_{CE7sat} + /V_{BE11}/$$

## 5.3.4. Etude d'un amplificateur opérationnel MOS (1)



**Etude en régime statique**

$$\left. \begin{aligned} RI_O + V_{GS8} &= V_{DD} \\ I_O &= \frac{K}{2} (V_{GS8} - V_T)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{DD} = V_{GS8} + \frac{RK}{2} (V_{GS8} - V_T)^2 \Rightarrow V_{GS8} \quad (V_{GS8} > V_T)$$

$$\Rightarrow I_O = \frac{K}{2} (V_{GS8} - V_T)^2$$

$$I_{D5} = I_{D6} = I_{D7} = I_{D8} = I_0$$

$$I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = I_{D4} = I_{D7} / 2 = I_O / 2$$

## Etude en régime dinamique

### Gain du circuit

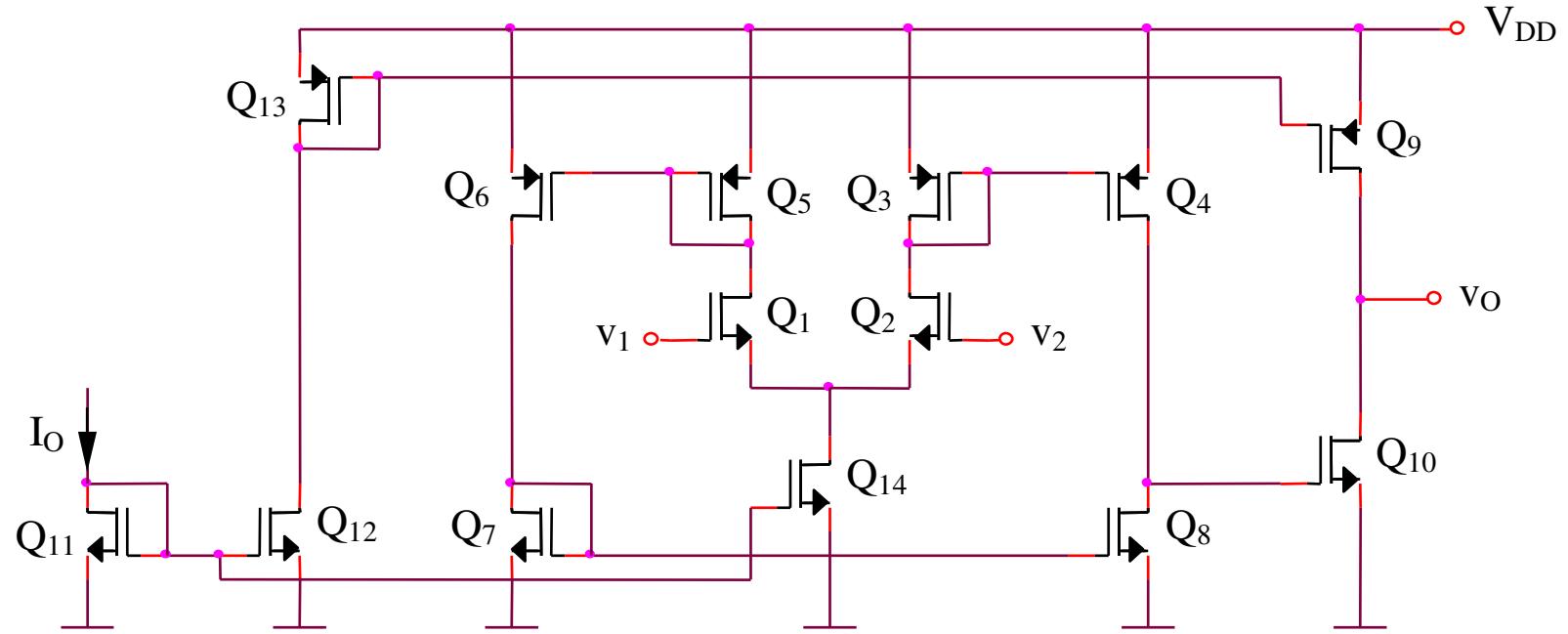
$$A_{dd} = g_{m1}(r_{ds2} // r_{ds4})g_{m5}(r_{ds5} // r_{ds6})$$

Domain maximal pour la tension d'entrée en mode commun

$$V_{IC}^{\max} = V_{DD} - V_{SG5} - V_{DS2sat} + V_{GS2} = V_{DD} - V_{SG5} + V_T = V_{DD} - \sqrt{\frac{2I_O}{K}}$$

$$V_{IC}^{\min} = V_{DS7sat} + V_{GS1} = V_{GS7} + V_{GS1} - V_T = V_T + (\sqrt{2} + 1) \sqrt{\frac{I_O}{K}}$$

## 5.3.5. Etude d'un amplificateur opérationnel MOS (2)



Etude en régime statique

$$I_{D1} = \dots = I_{D8} = \frac{I_O}{2}$$

$$I_{D9} = \dots = I_{D14} = I_O$$

# Etude en régime dinamique

## Gain du circuit

$$A_{dd} = g_{m1}(r_{ds4} // r_{ds8})g_{m10}(r_{ds10} // r_{ds9}) = \frac{1}{4}g_{m1}g_{m10}r_{ds4}r_{ds10}$$

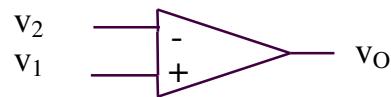
Domain maximal pour la tension d'entrée en mode commun

$$V_{IC}^{\max} = V_{DD} - V_{SG3} - V_{DS2sat} + V_{GS2} = V_{DD} - \sqrt{\frac{I_o}{K}}$$

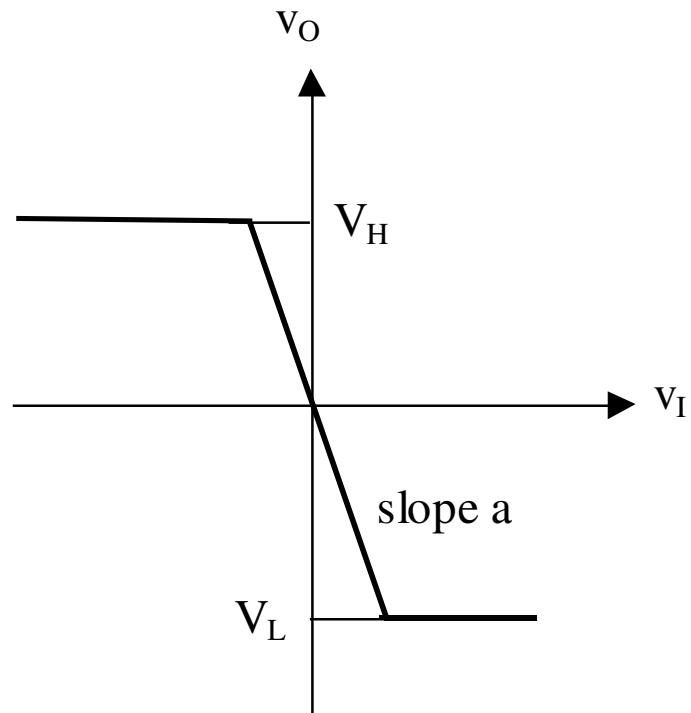
$$V_{IC}^{\min} = V_{GS2} + V_{DS14sat} = (\sqrt{2} + 1) \sqrt{\frac{I_o}{K}} + V_T$$

## **5.4. Comparateurs**

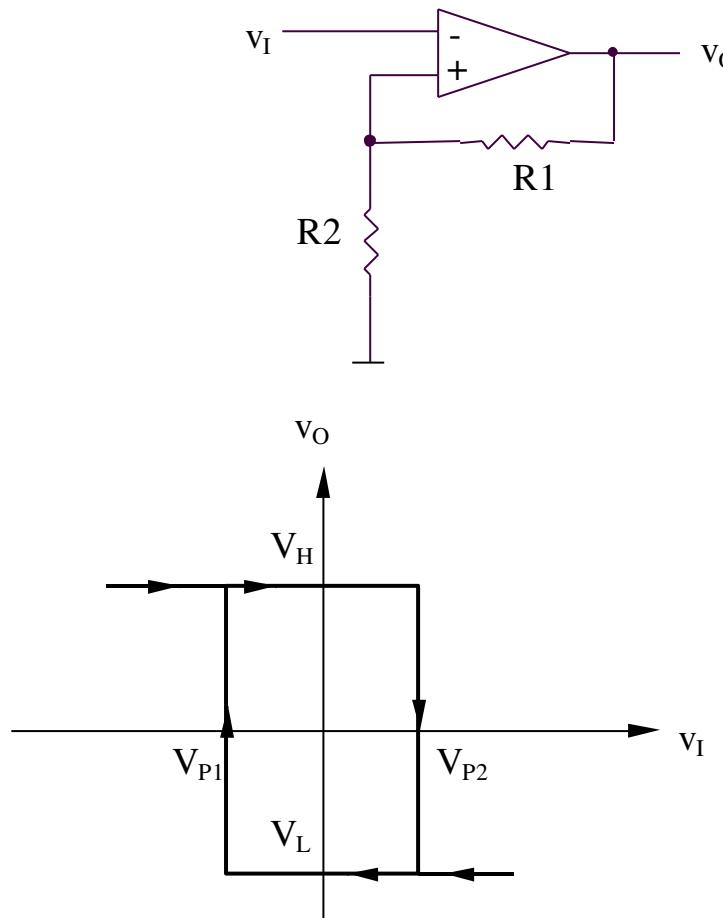
## 5.4.1. Comparateur simple



$$v_I > v_2 \Rightarrow v_O = V_H$$
$$v_I < v_2 \Rightarrow v_O = V_L$$



## 5.4.2. Comparateur avec des histerezis



$$V_{P1} = V_H \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{P2} = V_L \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$