CIRCUITE INTEGRATE DIGITALE

CURS 2:
CIRCUITE COMBINAȚIONALE

Recapitulare

- Sistemele digitale lucrează cu valori discrete
- Valorile discrete binare sunt ușor de interpretat logic și rezistente la zgomot
- Conversii binar – zecimal
- Operatori logici elementari
- Tabele de adevăr
- Porți logice și Circuite

Astăzi

- Algebra Booleană
  - Definiție formală
  - Teoreme
  - Minimizarea funcțiilor logice
- Circuite Combinaționale
  - Analiza
  - Proiectare

Algebra Booleană

- Definiție axiomatică:
  1. Se definesc operatorii + (SAU logic) și · (ȘI logic) care au proprietatea de închidere în spațiul numerelor binare

Algebra Booleană

- Definiție axiomatică:
  1. Se definesc operatorii + (SAU logic) și · (ȘI logic) care au proprietatea de închidere în spațiul numerelor binare
  2. Numărul 0 este elementul neutru al operatorului SAU, iar numărul 1 este elementul neutru al ȘI

Algebra Booleană

- Definiție axiomatică:
  1. Se definesc operatorii + (SAU logic) și · (ȘI logic) care au proprietatea de închidere în spațiul numerelor binare
  2. Numărul 0 este elementul neutru al operatorului SAU, iar numărul 1 este elementul neutru al ȘI
  3. Operatorii ȘI, SAU sunt comutativi

Algebra Booleană

- Definiție axiomatică (continuare):

  4. Operatorii ȘI, SAU sunt distributivi:

     $x(y+z) = xy + xz$

     $x+(yz) = (x + y)(x + z)$

Algebra Booleană

- Definiție axiomatică (continuare):

  4. Operatorii ȘI, SAU sunt distributivi:

     $x(y+z) = xy + xz$

     $x+(yz) = (x + y)(x + z)$

  5. Se definește complementul unui număr x, notat x', astfel încât $xx' = 0$ și $x + x' = 1$

Algebra Booleană

- Definiție axiomatică (continuare):

4. Operatorii ȘI, SAU sunt distributivi:

$$x(y+z) = xy + xz$$

$$x+(yz) = (x + y)(x + z)$$

5. Se definește complementul unui număr x, notat x', astfel încât $xx' = 0$ și $x + x' = 1$

6. Operatorii ȘI, SAU sunt asociativi:

$$x+(y+z) = (x + y) + z$$

$$x(yz) = (xy)z$$

Algebra Booleană (Teoreme)

- Teoreme (de demonstrat):
  1. $x+x=x$, $xx = x$

Algebra Booleană (Teoreme)

- Teoreme (de demonstrat):
  1. $x+x=x$, $xx = x$
  2. $X+1=1$, $x0=0$

Algebra Booleană (Teoreme)

- Teoreme (de demonstrat):
  1. $x+x=x$, $xx = x$
  2. $X+1=1$, $x0=0$
  3. $x+xy=x$, $x(x+y)=x$

Algebra Booleană (Teoreme)

- Teoreme (de demonstrat):
  1. $x+x=x$, $xx = x$
  2. $X+1=1$, $x0=0$
  3. $x+xy=x$, $x(x+y)=x$
  4. $(x+y)'=x'y'$, $(xy)'=x'+y'$ (DeMorgan)

Algebra Booleană

- Funcții logice și minimizarea algebrică
- Exerciții:

    $x + x'y = ?$

Algebra Booleană

- Funcții logice și minimizarea algebrică
- Exerciții:

$$x + x'y = (x + x')(x + y) = ...$$

Algebra Booleană

- Funcții logice și minimizarea algebrică
- Exerciții:

  $x + x'y = (x + x')(x + y) = 1(x + y) = x + y$

  $xy + x'z + yz = ?$

Algebra Booleană

- Funcții logice și minimizarea algebrică
- Exerciții:

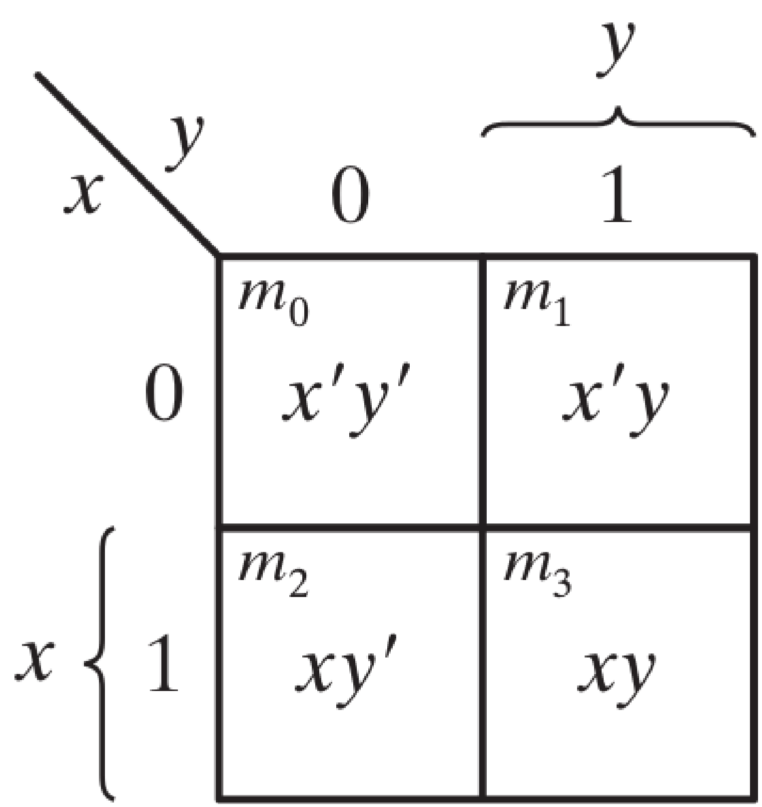
$$x + x'y = (x + x')(x + y) = 1(x + y) = x + y$$

$$xy + x'z + yz = xy + x'z + yz(x + x') = ...$$

Minimizarea Funcțiilor Logice

- Orice funcție logică poate fi exprimată ca
  - Sumă de produse e.g., F = xy + yz + xz
  - Produs de sume e.g., F = (x+y)(y+z)(x+z)
- Metoda diagramelor Karnaugh (K-map)

Minimizarea Funcțiilor Logice



Minimizarea Funcțiilor Logice

- Orice funcție logică poate fi exprimată ca
  - Sumă de produse e.g., F = xy + yz + xz
  - Produs de sume e.g., F = (x+y)(y+z)(x+z)
- Metoda diagramelor Karnaugh (K-map)
  - Exprimă funcția grafic
  - Fiecare locație în tabel reprezintă un produs (minterm)
  - Suma produselor oricăror două locații adiacente se minimizează

Minimizarea Funcțiilor Logice

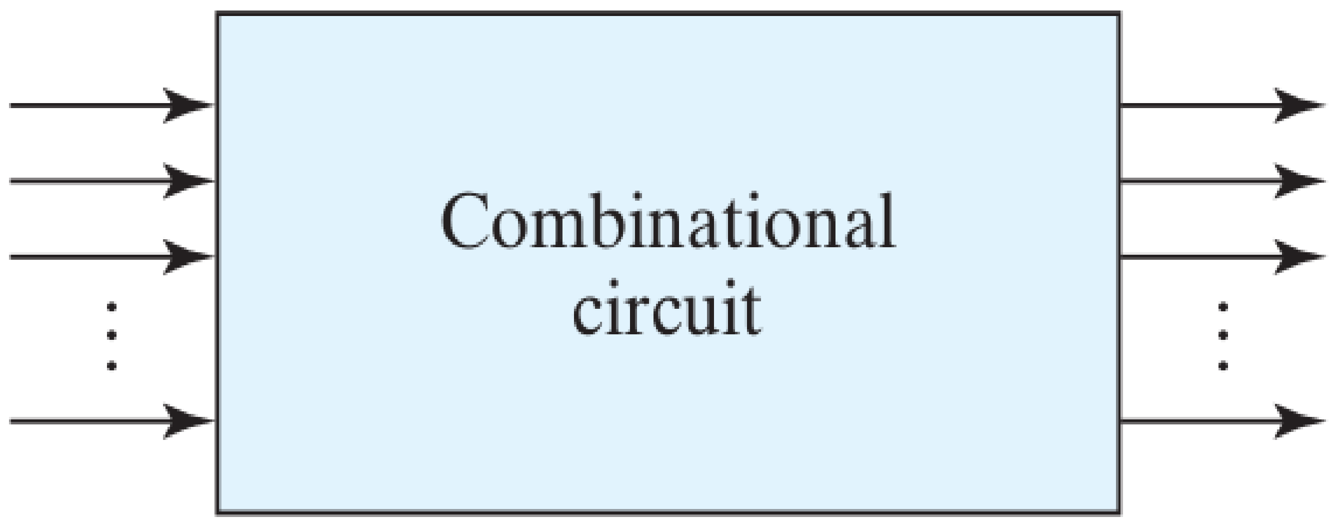
$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	m_0 $x'y'z'$	m_1 $x'y'z$	m_3 $x'yz$	m_2 $x'yz'$
1	m_4 $xy'z'$	m_5 $xy'z$	m_7 xyz	m_6 xyz'

Minimizarea Funcțiilor Logice

$wx \backslash yz$	00	01	11	10
00	m_0 $w'x'y'z'$	m_1 $w'x'y'z$	m_3 $w'x'yz$	m_2 $w'x'yz'$
01	m_4 $w'xy'z'$	m_5 $w'xy'z$	m_7 $w'xyz$	m_6 $w'xyz'$
11	m_{12} $wxy'z'$	m_{13} $wxy'z$	m_{15} $wxyz$	m_{14} $wxyz'$
10	m_8 $wx'y'z'$	m_9 $wx'y'z$	m_{11} $wx'yz$	m_{10} $wx'yz'$

Circuite Combinaționale

- Definiție: circuitele ale căror valori de ieșire depind exclusiv de valorile intrărilor, la orice moment de timp
- Forma generală: circuit cu m intrări și n ieșiri

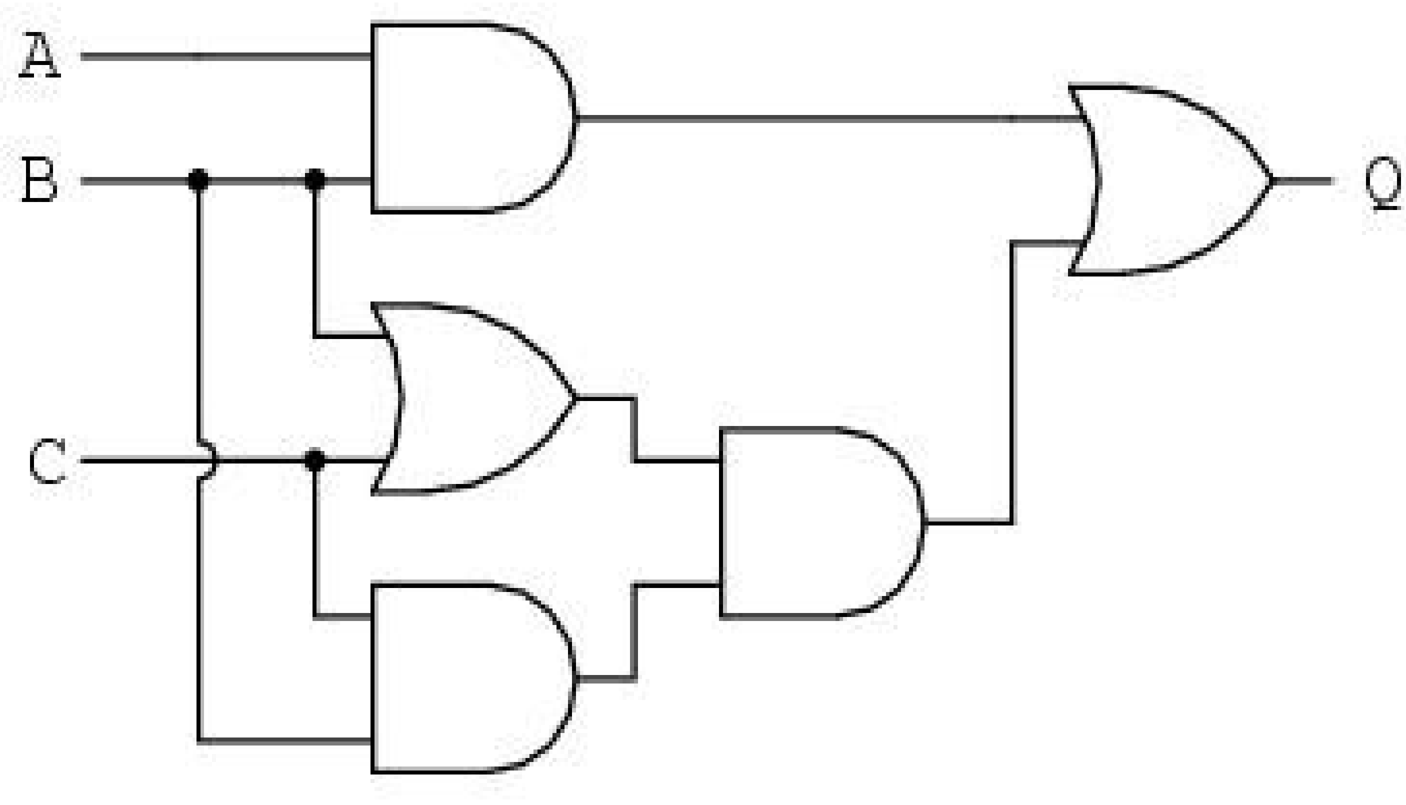


Circuite Combinaționale

- Procedura de analiză:
  - Se denumesc ieșirile porților, pornind dinspre intrare către ieșire
  - Se notează toate semnalele deminute pe tabelul de adevăr
  - Se completează tabelul de adevăr, pe coloane
- Procedura de proiectare:
  - Exprimare prin tabele de adevăr sau funcții algebrice pentru fiecare ieșire
  - Minimizarea funcțiilor
  - Identificarea subcircuitelor comune

Circuite Combinaționale

- Exemplu: analizarea urmatorului circuit



Logică NAND/NOR

- Porțile NAND/NOR sunt porți universale (pot fi folosite pentru a implementa orice funcție logică)
- Metodologie:
  - Obținerea formei NOT/AND/OR prin algebra sau diagrama K
  - Transformarea in logică NAND/NOR prin DeMorgan